Eesti koolinoorte 65. füüsikaolümpiaad

19. jaanuar 2019. a. Piirkondlik voor.

Gümnaasiumi *ülesannete lahendused*

Eessõna

Allpool on toodud iga ülesande üks õige lahenduskäik (mõnel juhul ka enam). **Kõik alternatiivsed õiged lahenduskäigud tuleb hinnata samuti maksimumhindega.** Iga alternatiivse lahenduskäigu jaoks tuleb kontrollijatel koostada hindamisskeem, juhindudes võimalusel juuresoleva hindamisskeemi punktijagamisproportsioonist. Soovituslikud maha-arvamise punktid: numbriline arvutusviga — 0,5; viga teisendustes — 0,5 p. (märgi jms väiksem viga) või 1 p. (viga, mis viib dimensioonide konfliktini), maha arvata ainult üks kord, st edasikanduvat viga mitte karistada; kui vastus tuleb füüsikaliselt absurdne, siis võib täiendavalt karistada 0,5 punktiga; üksik viga lähtevalemis: 0,5 p. (kui märgiviga), kuni 50% (sisuline viga).

1. (*RONG*) (*6 p.*) *Autor: Carel Kuusk.*
Olgu rongi kiirendus a. Kuna vagunid on identsed, siis ühe vaguni pikkus $s = \frac{at^2}{2}$. [**1 p.**] Olgu rongis n vagunit, siis kõik vagunid mööduvad Jukust aja $t_n = \sqrt{\frac{2sn}{a}}$ jooksul. [**1 p.**] Kõik peale viimase vaguni mööduvad aja $t_{n-1} = \sqrt{\frac{2s(n-1)}{a}}$ jooksul. [**1 p.**] Seega

$$t_2 = t_n - t_{n-1} = \sqrt{\frac{2sn}{a}} - \sqrt{\frac{2s(n-1)}{a}} = t(\sqrt{n} - \sqrt{n-1}) \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

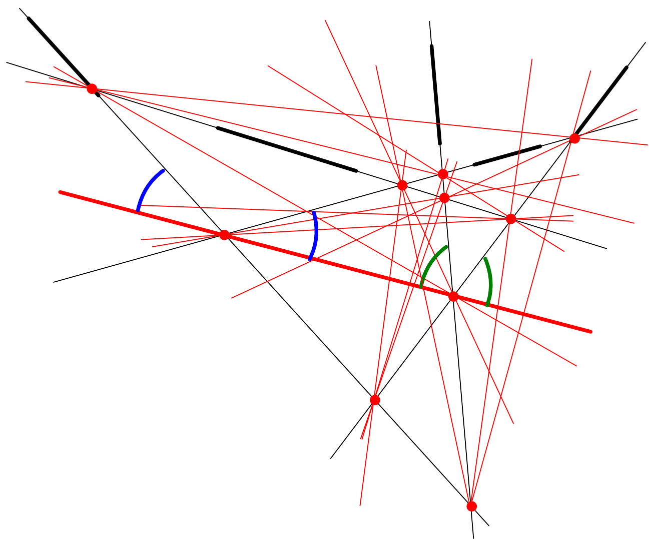
Siit tuleb ruutvõrrand, mille lahendades saame:

$$n = \frac{1}{4}\left(\frac{t_2}{t}\right)^2 + \frac{1}{2} + \left(\frac{t}{4t_2}\right)^2 = 7.97 \approx 8 \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

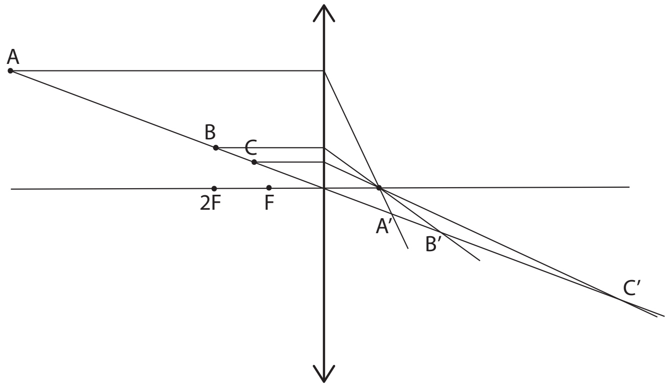
Üle kontrollides ainuke antud vahemikku sobiv $n = 8$ [**1 p.**].

2. (*PEEGEL*) (*6 p.*) *Autor: Jaan Kalda.*

Paneme tähele, et ükski kiirefragment ei ole teisega samal sirgel [**1 p.**]. See tähendab, et kõikide kiirefragmentide puhul on tegemist kas erinevate kiirtega või sama kiire fragmentidega enne ja pörast peegeldumist [**1 p.**]. Et kiiri on kokku ainult kolm, siis vähemalt kaks fragmenti peavad olema pärit samalt kiirelt, üks enne ning teine pärast peegeldumist [**1 p.**]. Kui me suudame kindlaks teha, millised on need kaks fragmendipaari, siis saame leida peegli asukoha kui kahe kiirepaari pikenduste lõikepunkte ühendava joone. Viis fragmenti annavad pikendades viis sirget, mis lõikuvad paarikaupa kümnes erinevas punktis. Pikendame kõiki kiiri lõikumisteni ja leiame need 10 lõikepunkti (9-10 lõikepunkti: [**1 p.**]; 8 või vähem lõikepunkti: [**0 p.**] punkti). Ühendame need 15 lõikepunktipaari, mida ühendav joon saab olla peegliks (st mis ei ole juba ühendatud fragmendipikendusega), joonega (punased jooned joonisel) (11-15 joont: [**1 p.**]; 10 või vähem joont: [**0 p.**]). Leiame punaste joonte hulgast sellise, mis sobib peegliks: joon moodustab vastavalt võrdsed nurgad lõikuvate kiirtega, (joonisel on võrdsed nurgad märgitud roheliste ja siniste kaarekestega ning peegli asukoht jämeda punase joonega) [**1 p.**].



3. (*KÄRBES LENDAB*) (*8 p.*) *Autor: EFO žürii.*



Kuna kärbes lendab otse oma kujutise poole, siis peab ta lendama läätse keskpunkti poole, seega kärbes ja tema kujutis asuvad alati sirgel AC'. [**1 p.**]
Kui kärbes lendab punktist A punkti B, siis kujutis liigub punktist A' punkti B'. Jooniselt on näha, et kärbse kujutis liigub aeglasemalt kui kärbes. Konstrueerides punktide A ja B vahele veel punkte on näha, et kujutise kiirus on järjest suureneb, kui kärbes läheneb punktile B. [**2 p.**]
Kui kärbes asub läätsest kahekordse fookuskauguse kaugusel (punkt B), siis asub ka kujutis läätsest kahekordse fookuskauguse kaugusel (punkt B'). [**1 p.**] Sellises kohas on kärbse ja tema kujutise kiirused võrdsed, seega on kärbse ja tema kujutise kiirus teineteise suhtes $v_{min} = 0\,\mathrm{m/s}$. [**1 p.**]
Kui kärbes liigub punktist B fookaaltasandi suunas, siis kujutise kiirus järjest suureneb [**1 p.**] ning vahetult enne fokaaltasandile jõudmist on kujutise kiirus lõpmatult suur ($v_{max} \to \infty\,\mathrm{m/s}$) [**1 p.**]. Seega on kujutise kiirus kärbse suhtes maksimaalne siis, kui kärbes on väga lähedal fokaaltasandile ehk kärbes asub läätse tasandist fookuskauguse kaugusel. [**1 p.**]

4. (*VAAKUM*) (*8 p.*) *Autor: Valter Kiisk.*
1) Toru tühjakspumpamine tähendab sisuliselt õhu väljasurumist torust, tehes tööd välisrõhu p vastu. [**1 p.**] Õhk mõjub kuulikesele resultatiivse jõuga pS, kus toru ristlõikepindala $S = \pi(d/2)^2 = 0{,}79\,\mathrm{cm}^2$. [**1 p.**] Jõudu pS tuleb rakendada teepikkusel ℓ, nii et tehtud töö $A = pS\ell$. [**1 p.**]
$A = 101\,300\,\mathrm{Pa} \cdot 7{,}9 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{m}^2 \cdot 1\,\mathrm{m} \approx 8{,}0\,\mathrm{J}$. [**1 p.**]

2) Kuulikese mass:

$$m = \rho V = \rho(4/3)\pi(d/2)^3 = \pi\rho d^3/6 = \pi \cdot 7{,}9\,\mathrm{g/cm^3} \cdot (1\,\mathrm{cm})^3/6 = 4{,}1\,\mathrm{g}$$

[**1 p.**] Kuna kuulike liigub eeldatavasti hulga aeglasemalt kui on heli kiirus, siis talle mõjub praktiliselt konstantne kiirendav jõud pS, jällegi teepikkusel ℓ. Järelikult eelmises punktis leitud töö A annab ühtlasi kuulikese kineetilise energia toru teises otsas. [**1 p.**] Kuna $mv^2/2 = A$, siis $v = \sqrt{2A/m}$. [**1 p.**]

$$v = \sqrt{\frac{2 \times 8{,}0\,\mathrm{J}}{0{,}0041\,\mathrm{kg}}} \approx 62\,\mathrm{m/s}\,[\mathbf{1\ p.}]$$

Alternatiivselt võib kasutada ka tuntud valemit ühtlase kiirenduse jaoks, $v^2 - v_0^2 = 2a\ell$, kus algkiirus $v_0 = 0$ ja kiirendus $a = pS/m$.

5. (*OSAKE MAGNETVÄLJAS*) (*8 p.*) *Autor: Erkki Tempel.*
Kui osake siseneb magnetvälja, siis mõjub osakesele Lorenzi jõud $F_L = qvB\sin\alpha$ [**1 p.**]. Osake siseneb magnetvälja risti magnetväljaga ning hakkab Lorentzi jõi tõttu liikuma mööda ringjoont. [**2 p.**]

Ringjoone raadius r on minimaalne siis, kui osake siseneb magnetvälja alt ning väljub ülevalt servast. Mööda ringjoont liikudes mõjub osakesele tsentrifugaaljõud

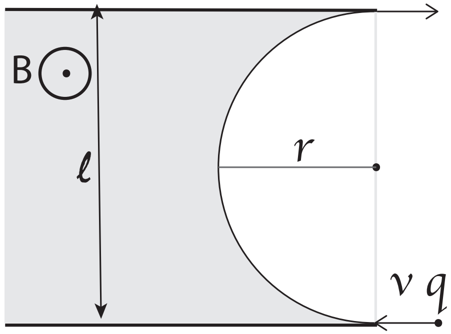
$$F_T = \frac{mv^2}{r} \qquad [\mathbf{1\ p.}]$$

Lorentzi jõud ja tsentrifugaaljõud on võrdsed [**1 p.**], seega saame avaldada ringjoone raadiuse r

$$F_L = F_T \qquad \Rightarrow \qquad qvB = \frac{mv^2}{r} \qquad \Rightarrow \qquad r = \frac{mv^2}{qvB} \qquad [\mathbf{2\ p.}]$$

Seega on magnetvälja ala minimaalne laius l

$$l = 2r = \frac{2mv^2}{qvB} \qquad [\mathbf{1\ p.}]$$



6. (*KONDENSAATOR*) (*8 p.*) *Autor: Hans Daniel Kaimre.*
Pinge kondensaatoril on maksimaalne, kui see on täis laetud [**1 p.**]. Sellisel juhul kondensaatorit ning ka takistit R_3 vool ei läbi [**1 p.**] ning omakorda pingelang takistil R_3 on null [**1 p.**]. See tähendab, et pinge kondensaatori klemmidel on võrdne pingega takistil R_2. [**2 p.**] Viimase saamegi leida Ohmi seadusest:

$$U_2 = I_2 R_2 \quad I_2 = \frac{U}{R_1 + R_2} \Rightarrow U_2 = U_C = \frac{U}{R_1 + R_2} R_2 \quad [\mathbf{2\ p.}]$$

Asendame sisse teada olevad väärtused:

$$U_C = \frac{12\,\mathrm{V}}{1\,\mathrm{k\Omega} + 2\,\mathrm{k\Omega}} \cdot 2\,\mathrm{k\Omega} = 8\,\mathrm{V} \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

7. (*LENNURADA*) (*8 p.*) *Autor: Jonatan Kalmus.*
Teame, et jõud on võrdeline õhu tiheduse ning kiiruse ruuduga. Seega olgu

$$F = C\rho v^2 \Rightarrow v^2 = \frac{F}{C\rho}$$

kus C on võrdetegur. [**2 p.**] Kuna lennuk alustab hoovõttu paigalseisust ühtlase kiirendusega a, avaldub läbitud teepikkus $s = \frac{v^2}{2a}$. [**1 p.**] Kuna lennuki mass (ning seega ka õhkutõusuks vajaminev üleslükkejõud) ja kiirendus on mõlemal juhul samad [**1 p.**], avalduvad teepikkused vastavalt:

$$s_1 = \frac{v_1^2}{2a} = \frac{F}{2Ca\rho_1} \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

$$s_2 = \frac{v_2^2}{2a} = \frac{F}{2Ca\rho_2} \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

Võrrandid omavahel jagades saame:

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

Siit saame avaldada vajaliku lennuraja pikkuse $s_2 = s_1 \frac{\rho_1}{\rho_2} \approx 3\,\mathrm{km}$ [**1 p.**].

8. (*GRANAAT*) (*12 p.*) *Autor: Taavet Kalda/Oleg Košik.*
Lahenduse autor: Oleg Košik.
Granaadi vertikaalsuunaline algkiirus on $v_0 = v \sin\alpha$ [**1 p.**].

Kuna masskeskme süsteemis kaugenevad killud võrdse kiirusega u keskpunktist, siis võime ette kujutada, et ajahetkel t peale granaadi lõhkemist lendab ta edasi, kuid seda ümbritseb kildudest koosnev sfäär raadiusega ut [**2 p.**].

Seega kui esimene kild jõuab maapinaanni, on sfääri raadiuseks $u(t_2 - t_1)$, ehk ajahetkel t_2 on sfääri keskpunkti kõrguseks $u(t_2 - t_1)$ [**2 p.**]. Paneme tähele, et sfääri keskpunkt liigub nii, nagu oleks liikunud granaat, kui see ei oleks lõhkenud. Sfääri keskpunkti liikumisvõrrandist on selle lennukõrgus ajahetkel t_2 võrdne $h_2 = v_0 t_2 - \frac{gt_2^2}{2}$ [**1 p.**], ehk saame

$$v_0 t_2 - \frac{gt_2^2}{2} = u(t_2 - t_1). \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

Selle võrrandi positiivne lahend on $t_2 = \frac{(v_0 - u) + \sqrt{(v_o - u)^2 + 2gt_1 u}}{g}$ [**1 p.**].

Kui viimane kild jõuab maapinaanni, on sfääri (mis nüüdseks on juba mõtteline, sest ülejäänud selle sfääri pinnal olevad killud lebavad maas) raadius $u(t_3 - t_1)$. Seega, ajahetkel t_3 on meie mõttelise sfääri keskpunkt kõrgusel $h_3 = -u(t_3 - t_1)$ [**2 p.**]. See annab võrrandiks

$$v_0 t_3 - \frac{gt_3^2}{2} = -u(t_3 - t_1). \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

Pidades silmas, et $t_3 > t_2$, saame selle lahendiks $t_3 = \frac{v_0 + u + \sqrt{(v_o + u)^2 - 2gt_1 u}}{g}$ [**1 p.**].

9. (*KIIK*) (*12 p.*) *Autor: Jonatan Kalmus.*
a) Minimaalne jõud: Haripunktis on Juku hetkeliselt vabalangemises ning mingit jõudu ei avalda. Seega on minimaalne jõud:

$$F_{min} = 0 \quad [\mathbf{1.5\ p.}]$$

Maksimaalne jõud: Kiikumise ajal rakenduvad postidele 2 jõudu: Juku raskusjõud ning pöörlemisest tulev tsentrifugaaljõud. Mõlemad on maksimaalsed ning samasuunalised, kui kiik on vertikaalasendis [**0.5 p.**]. Olgu kiige pöörlemisraadius Juku masskeskme suhtes $R = H - h$. Kasutades energia jäävust kiige vertikaal- ja horisontaalasendi jaoks saame:

$$mgR = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v^2 = 2gR \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

Tsentrifugaaljõu valemist saame:

$$F_C = m\frac{v^2}{R} = m\frac{2gR}{R} = 2mg \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

Summarne jõud:

$$F_{max} = F_C + F_R = 2mg + mg = 3mg \quad [\mathbf{0.5\ p.}]$$

b) Minimaalne jõumoment: Kiige vertikaalasendis on jõuõlg kiigeposti alumise punkti suhtes 0, seega minimaalne jõumoment:

$$\tau_{min} = 0 \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

Maksimaalne jõumoment: Kuna võll kõrgusel H on ainuke kiige kinnituspunkt, rakendub kogu Juku poolt rakendatav jõud sellesse punkti [**0.5 p.**]. Jõumoment on maksimaalne, kui jõuõlg H ning sellesse punkti rakenduv jõud on risti. Seega piisab maksimaalse horisontaalse jõu leidmisest. Tähistame kiige hetkeasukoha ja haripunkti tasandi vahelise kauguse s ning nende vahelise nurga φ (vt. joonis). Tsentrifugaaljõud on alati suunatud piki raadiust ning analoogselt maksimaalse jõu arvutusele saame energia jäävusest:

$$F_C = m\frac{2gs}{R} = 2mg\sin\varphi \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

Lisaks tuleb arvestada raskusjõu raadiusesihilist komponenti $F_{R||} = F_R \sin\varphi = mg\sin\varphi$[**1.5 p.**]∗. Seega rakendub piki raadiust võllile jõud:

$$F_{||} = F_C + F_{R||} = 3mg\sin\varphi \quad [\mathbf{0.5\ p.}]*$$

Meid huvitab selle jõu horisontaalkomponent:

$$F_H = F_{||}\cos\varphi = 3mg\sin\varphi\cos\varphi \quad [\mathbf{0.5\ p.}]$$

Teades, et $\sin 2\varphi = 2\sin\varphi\cos\varphi$ saame:

$$F_H = \frac{3}{2}mg\sin 2\varphi \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

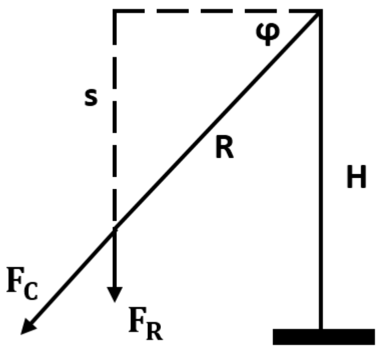
Siinuse maksimaalne väärtus on 1, mille saame $\varphi = 45°$ korral, mis on antud ülesande jaoks reaalne väärtus. Seega saame maksimaalseks horisontaalseks jõuks:

$$F_H = \frac{3}{2}mg \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

Millele vastab maksimaalne jõumoment:

$$\tau_{max} = F_H H = \frac{3}{2}mgH \quad [\mathbf{0.5\ p.}]$$

Märkus: Kui õpilane jätab maksimaalse jõumomendi leidmisel arvestamata raskusjõuga, jääb saamata summarselt [**2 p.**] (1.5 + 0.5, märgitud tärniga).



10. (*3 DIOODI*) (*12 p.*) *Autor: Jaan Kalda.*
Lahendus. Vaatleme protsessi, kus sisendpinget hakatakse aeglaselt suurendama alates nullist. Väikese voolu korral on pingelang takisteil tühine, seetõttu on kõigi dioodide pinged peaaegu võrdsed. See tähendab, et esimesena avaneb kõige madalama avanemispingega diood - punane diood. Voolu kasvatamisel pingelang takisteil kasvab; et esialgu on roheline diood suletud, siis läbib mõlemat takistid sama tugev vool, mis tähendab et ka takistite pinged on võrdsed. Et rohelise ja punase dioodi avanemispingete vahe on suurem, kui sinise ja rohelise dioodi avanemispingete vahe, siis järgmisena avaneb sinine diood. Sellest hetkest, kui sinine diood on avatud, ei saa takistite voolud enam kasvada (potentsiaalid takistite otstel on määratud sinise ja punase dioodi avanemispingetega) mistõttu roheline diood jääb kogu aeg suletuks, st rohelisse dioodi minev vool on null [**3 p.**]. Nüüd on kaks takistit järjestikühenduses, kusjuures pinge otste vahel on võrdne sinise ja punase dioodi avanemispingete vahega $U_T = 1{,}4\,\mathrm{V}$. [**2 p.**] See tähendab, et vool takisteis on $I_t = U_t/(2r) = 0{,}7\,\mathrm{A}$ [**2 p.**]. See on ka punase dioodi vool, mis tähendab, et punase dioodi võimsus $P_p = 0{,}7\,\mathrm{A} \cdot 1{,}8\,\mathrm{V} \approx 1.3W$ [**1 p.**]. Sinisesse dioodi läheb sisendvoolu ja takistite voolu vahe $0{,}3\,\mathrm{A}$ [**2 p.**], mistõttu sinise dioodi võimsus $P_s = 0{,}3\,\mathrm{A} \cdot 3{,}2\,\mathrm{V} \approx 1.0W$ [**1 p.**]. Rohelise dioodi võimsus on null. [**1 p.**]

E1. (*SÜSTAL*) (*12 p.*) *Autor: EFO žürii.*
Kasutame süstalt laua serval kangina. Täpsema lugemi võtmiseks tuleb süstla skaala asetada allapoole, siis saab laua servalt täpsemini lugemi võtta.

Sätime tühja süstla korral süstla kolvi 5 ml peale ning leiame laua serval tühja süstla masskeskme. Edaspidistes arvutustes võime eeldada, et kogu sütla mass asub masskeskmes.

Võtame süstlasse $V_v = 5\,\mathrm{ml}$ vett ning leiame laua serval tasakaalupunkti. Ühel kangi poolel on $V_v = 5\,\mathrm{ml}$ vett massiga $m_v = \rho V_v = 5\,\mathrm{g}$ ning teisel poolel süstla mass m_s. Leiame vee keskpunkti kauguse l_v toetuspunktist ning süstla masskeskme kauguse l_s toetuspunktist. Kangi tasakaalust saame kirja panna seose, millest leiame süstla massi

$$m_v l_v = m_s l_s \qquad \Rightarrow \qquad m_s = \frac{m_v l_v}{l_s} \approx 10\,\mathrm{g}$$

Nüüd võtame süstlasse $V_p = 5\,\mathrm{ml}$ punast vedelikku ning leiame laua serval tasakaalupunkti. Teades süstla massi, saame leida punase vedeliku massi m_p

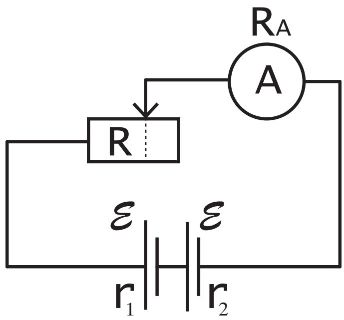
$$m_p l_p = m_s l_s \qquad \Rightarrow \qquad m_p = \frac{m_s l_s}{l_p} \approx 6{,}5\,\mathrm{g}$$

Nüüd saame leida punase vedeliku tiheduse ρ_p

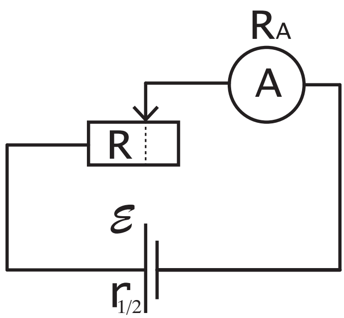
$$\rho_p = \frac{m_p}{V_p} \approx 1{,}3\,\mathrm{g/cm^3}$$

Hindamisjuhend:
Süstla kangina kasutamise idee - [**2 p.**]
Tühja süstla masskeskme leidmine nii, et süstla kolb on selle ruumala juures, kui palju võetakse süstlasse pärast vett - [**3 p.**]
Veega süstla tasakaalupunkti leidmine ning jõuõlgade mõõtmine - [**1 p.**]
Kangi reegli väljakirjutamine ja süstla massi arvutamine - [**2 p.**]
Punase vedelikuga süstla tasakaalupunkti leidmine ning jõuõlgade mõõtmine - [**1 p.**]
Punase vedeliku massi arvutamine - [**1 p.**]
Punase vedeliku tiheduse leidmine täpsusega $\pm 0{,}5\,\mathrm{g/cm^3}$ [**2 p.**], täpsusega $\pm 1{,}0\,\mathrm{g/cm^3}$ [**1 p.**].

E2. (*VOOLUALLIKAS*) (*12 p.*) *Autor: Eero Uustalu.*
VARIANT 1 Patareid järjest. Koostame kolm skeemi ning mõõdame voolutugevused. Arvulised väärtused on igal patareide paaril omad, antud lahendusvariantides on kasutatud ühe konkreetse patareide paari reaalseid mõõtmistulemusi.
Ühendame jadamisi kaks patareid, ampermeetri ja reostaadi. Reostaadi takistuse R seame selliselt, et ampermeetri näit I oleks lähedane maksimaalsele. Nimelt on analoogampermeetri näit on täpseim maksimumnäidu juures ja kolmest selles katsevariandis kasutatavast ühendusskeemist annab selline ühendus suurima ampermeetrit läbiva voolu. Voolu ei tohi mõõta korraga pikalt kuna see viib patarei laetuse astme muutumiseni.



Seejärel ühendame reostaadi väärtust muutmata reostaadi ja ampermeetri jadaühenduse külge kummagi patarei eraldi ja mõõdame vastavad voolud I_1 ning I_2



Kontrollkatses mõõdetud voolud on järgmised

$I = 1{,}86\,\mathrm{A}$ $I_1 = 0{,}99\,\mathrm{A}$ $I_2 = 1{,}005\,\mathrm{A}$

Patarei elektromotoorjõu loeme vatavalt ülesande tingimustele patarei küljelt $\mathcal{E} = 1{,}5\,\mathrm{V}$

Koostame võrrandisüsteemi

$2\mathcal{E} = I(r_1 + r_2 + R + R_A)$

$\mathcal{E} = I_1(r_1 + R + R_A)$

$\mathcal{E} = I_2(r_2 + R + R_A)$

lihtsustame

$\frac{2\mathcal{E}}{I} = r_1 + r_2 + R + R_A$ (1)

$\frac{\mathcal{E}}{I_1} = r_1 + R + R_A$ (2)

$\frac{\mathcal{E}}{I_2} = r_2 + R + R_A$ (3)

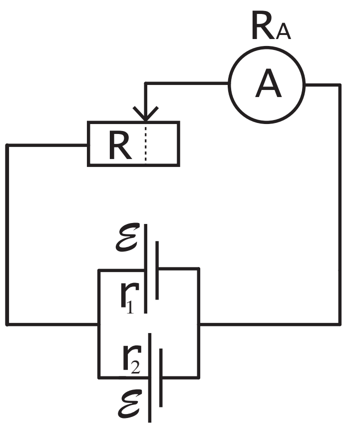
lahutame valemist (1) valemi (2) ning valemist (1) valemi (3) ning arvutame kontrollkatse tulemustega

$r_1 = \frac{2\mathcal{E}}{I} - \frac{\mathcal{E}}{I_2} = 0{,}120\,\Omega$

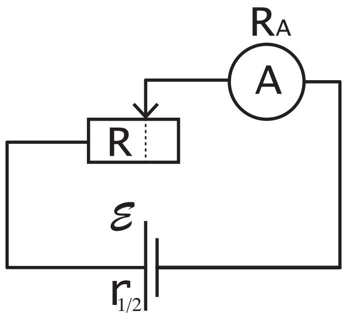
$r_2 = \frac{2\mathcal{E}}{I} - \frac{\mathcal{E}}{I_1} = 0{,}099\,\Omega$

VARIANT 2 Patareid paralleelselt. Koostame kolm skeemi ning mõõdame voolutugevused.Arvulised väärtused on igal patareide paaril omad, antud lahendusvariantides on kasutatud ühe konkreetse patareide paari reaalseid mõõtmistulemusi.

Ühendame amermeetri ja reostaadi jadaühenduse külge korraga kaks patareid paralleelselt ja seame reostaadi selliselt, et näit oleks ampermeetri maksimumnäidu lähedal. Nimelt on analoogampermeetri näit on täpseim maksimumnäidu juures ja kolmest selles katsevariandis kasutatavast ühendusskeemist annab selline ühendus suurima ampermeetrit läbiva voolu. Mõõdame I.



Seejärel ühendame kummagi patarei üksinda sama reostaadi asendi juures ampermeetri ja reostaadi jadaühenduse külge ning mõõdame I_1 ja I_2 väärtused. Voolu ei mõõda korraga pikalt kuna see viib patarei laetuse astme muutumiseni.



Mõõdetud voolud on järgmised

$I = 1{,}84\,\mathrm{A}$ $I_1 = 1{,}70\,\mathrm{A}$ $I_2 = 1{,}74\,\mathrm{A}$

Patarei elektromotoorjõu loeme vatavalt ülesande tingimustele patarei küljelt $\mathcal{E} = 1{,}5\,\mathrm{V}$

Koostame võrrandisüsteemi. Ühesuguse elektromotoorjõuga patareide paralleelühendus lihtsustub üheks patareiks elektromotoorjõuga $\mathcal{E}$ millega on järjestikku paralleelselt ühendatud sisetakistuste paar takistusega $\frac{1}{\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}}$

$\mathcal{E} = I(\frac{r_1 r_2}{r_1+r_2} + R + R_A)$

$\mathcal{E} = I_1(r_1 + R + R_A)$

$\mathcal{E} = I_2(r_2 + R + R_A)$

lihtsustame

$\frac{\mathcal{E}}{I} = \frac{r_1 r_2}{r_1+r_2} + R + R_A$ (4)

$\frac{\mathcal{E}}{I_1} = r_1 + R + R_A$ (5)

$\frac{\mathcal{E}}{I_2} = r_2 + R + R_A$ (6)

lahutades avaldisest (5) avaldise (6) saame

$\frac{\mathcal{E}}{I_1} - \frac{\mathcal{E}}{I_2} = r_1 - r_2 = \Delta r$

ja siit saame avaldada

$r_1 = r_2 + \Delta r$ (6)

ning avaldisest (5)

$R + R_A = \frac{\mathcal{E}}{I_2} - r_2$

asetades ülaltoodud 2 väärtust valemisse (4) saame

$\frac{\mathcal{E}}{I} = \frac{(r_2+\Delta r)r_2}{2r_2+\Delta r} + \frac{\mathcal{E}}{I_2} - r_2$

avame sulud viime samale poole võrdusmärki ja grupeerime r_2 järgi

$r_2^2 + r_2(2(\frac{\mathcal{E}}{I} - \frac{\mathcal{E}}{I_1})) + \Delta r(\frac{\mathcal{E}}{I} - \frac{\mathcal{E}}{I_1}) = 0$

kuna edasine ruutvõrrandi lahendamine valemi kujul läheb küllaltki tülikaks asetame ruutvõrrandisse arvutadud väärtused

$\Delta r = \frac{\mathcal{E}}{I_1} - \frac{\mathcal{E}}{I_2} = 0{,}020\,28\,\Omega$

$\frac{\mathcal{E}}{I} - \frac{\mathcal{E}}{I_1} = -0{,}046\,85\,\Omega$

saame ruutvõrrandi

$r_2^2 - r_2(0{,}09370\Omega) - 0{,}0009501\Omega^2 = 0$

kust ainus positiivne lahend annab lõppvastuseks $r_2 = 0{,}1029\Omega$ ja avaldisest (6) $r_1 = 0{,}1232\Omega$

HINDAMISSKEEM

koostatud on 3 sobivat vooluringi kokku [**1.5 p.**]

(iga vooluring a [**0.5 p.**])

on mõõdetud 3 voolu piisava täpsusega kokku [**3.0 p.**]

(iga vool maksimaalselt [**1.0 p.**])

- täpsus vähemalt 0,01A a [**1 p.**]
- täpsus vähemalt 0,05A a [**0.5 p.**]
- täpsus 0,1A a [**0 p.**]
- kui kahe patarei koos kasutamisel mõõdetud vool on väiksem kui emma kumma patarei eraldi kasutamisel mõõdetu siis valesti mõõdetud väärtuse eest [**0 p.**]

Suurim mõõdetud vooludest on ampermeetri maksimaalse 2A voolu lähedal kokku [**2.0 p.**]

- vool üle 1,7A [**2.0 p.**]
- vool üle 1,4A [**1.5 p.**]
- vool üle 1,1A [**1.0 p.**]
- vool üle 0,7A [**0.5 p.**]
- vool alla 0,7A [**0.0 p.**]

Oomi seadusest tulenevalt koostatud võrrandisüsteem kokku [**1.5 p.**]

- iga võrrandi eest maksimaalselt [**0.5 p.**]

vastuse tuletuskäik maksimaalselt kokku [**2.0 p.**]

- kui parallelühenduses arvutus on tehtud ligikaudselt siis maksimaalselt [**0.5 p.**]

Sisetakistused leitud (kumbki vastus maksimaalselt [**1.0 p.**]) kokku [**2.0 p.**]

oletatud ja mõõtmistulemustega mitte põhjendatud vastuseid hinnata a [**0 p.**]

- sisetakistus arutatud täpselt ja tulenevalt oma mõõtmistulemustest, siis kumbki takistus a [**0.25 p.**]
- sisetakistus on õiges vahemikus $0{,}07\Omega - 0{,}25\Omega$ siis kumbki takistus lisaks a [**0.5 p.**]
- sisetakistuse väärtus on antud vähemalt sajandiku oomi täpsusega, siis kumbki takistus lisaks a [**0.25 p.**]

kui on eeldatud, et patareid on täiesti ühesugused siis kogu ülesande eest MAKSIMAALSELT [**8 p.**]