Eesti koolinoorte 32. füüsika lahtine võistlus

20. november 2021. a.
Noorema rühma lahendused (8.–10. klass)

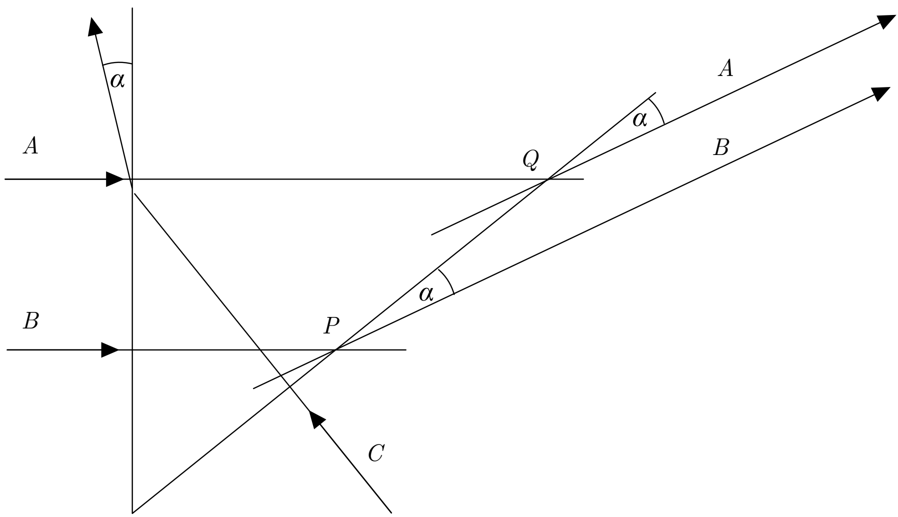
1. (*KASS JA HIIR*) (*6 p.*) *Autor: Päivo Simson*

Et kass jookseb konstantse kiirusega, siis peab lühimale ajale vastav tee olema sirge, so lühim tee alg- ja lõppasukoha vahel. Olgu hiire kiirus v ja kassi kiirus $2v$. Et kassil kuluks seisva hiireni jõudmiseks $\tau = 3\,s$, siis on kassi ja hiire vaheline algkaugus $2v\tau$ pikkusühikut. Olgu lühim tagaajamiseks kuluv aeg t. Hiir liigub selle aja jooksul vt ühikut ja kass $2vt$ ühikut. Kuna hiir jooksis alghetkel loomi ühendava sirge suhtes risti, siis saadud pikkused moodustavad täisnurkse kolmnurga, millest

$$(2v\tau)^2 + (vt)^2 = (2vt)^2 \implies t = \frac{2}{\sqrt{3}}\tau = 3,5\,s.$$

2. (*PRISMA*) (*8 p.*) *Autor: Jaan Kalda*

Pikendame kiiri A ja B kuni lõikumispunktideni P ja Q. On ilmne, et prisma teine serv peab ühtima sirgega PQ. Selgub, et kiir C siseneb prismase risti servaga PQ ja seega murdub alles vasakpoolse serva juures. Sümmeetria tõttu on murdumisnurk sama nagu kiirte A ja B puhul, vt joonis.



3. (*TAKISTID*) (*8 p.*) *Autor: Kaur Aare Saar*

Olgu patarei sisetakistus r ja takisti takistus R. Ilma takistita mõõdetud patarei pinge V_0 on võrdne patarei elektromotoorjõuga. Ühe takistiga mõõtmisel on pinge V_1 patarei klemmidel sama, mis pinge takisti kontaktidel. Seega Ohmi seadusest:

$$V_1 = IR = \frac{V_0}{r+R}R \Rightarrow \frac{R}{R+r} = \frac{V_1}{V_0} = \frac{3.5\,\mathrm{V}}{4.2\,\mathrm{V}} = \frac{5}{6} \Rightarrow R = 5r$$

Kui kaks ühesugust takistist takistustega R on ühendatud paralleelselt, siis nende kahe takisti kogutakistus on $0.5R$. Seega

$$V_2 = IR = \frac{V_0}{r+0.5R}0.5R = \frac{V_0}{r+2.5r}2.5r = \frac{5}{7}V_0 = 3\,\mathrm{V}$$

4. (*PLOKK*) (*8 p.*) *Autor: Eero Vaher*

Lahendus 1: Leiame esmalt kiirenduse, millega suurem raskus langeb ning väiksem raskus tõuseb. Olgu nööri pinge T. Suurema raskuse kohta saame kirjutada $Mg - T = Ma$ ning väiksema jaoks kehtib $mg - T = -ma$. Võrrandisüsteemi lahend on $a = \frac{g}{2}$. Järelikult kestab suurema raskuse kukkumine $t_1 = \sqrt{\frac{2H}{a}} = \sqrt{\frac{4H}{g}}$ ning selle kiirus hetkel, mil see maapinnale jõuab, on $v = at_1 = \sqrt{gH}$. Väiksem raskus on sel hetkel kõrgusel H ning selle kiirus on sama suur, kuid suunatud üles. Kuna nöör pole enam pingul, on väiksem raskus nüüd vabalanguses kiiredusega g. Inertsi tõttu liigub see üles veel aja $t_2 = \frac{v}{g} = \sqrt{\frac{H}{g}}$ ning läbib täiendavalt teepikkuse $\Delta h = vt_2 - \frac{gt_2^2}{2} = \frac{H}{2}$. Kokkuvõttes $h_{\max} = H + \Delta h = \frac{3}{2}H$.

Lahendus 2: Kasutame lahendamisel energia jäävust. Vahetult enne suurema raskuse maa peale jõudmist on mõlema raskuse kiirused samad ning seega on süsteemi koguenergia $mgH + \frac{mv^2}{2} + \frac{3mv^2}{2}$ mis on võrdne süsteemi algenergiaga $3mgH$. Siit saame, et väiksema raskuse kineetiline energia on $\frac{mv^2}{2} = \frac{mgH}{2}$. Seega peale seda kui suurem raskus jõuab maapinnale liigub väiksem raskus veel $\Delta h = \frac{H}{2}$ võrra kõrgemale ja seega $h_{\max} = H + \Delta h = \frac{3}{2}H$.

5. (*VEEBOILER*) (*10 p.*) *Autor: Hans Daniel Kaimre*

Et saada $V = 150\,\mathrm{l}$ vett, mille temperatuur on $T_p = 32\,^\circ\mathrm{C}$ on vaja $V_s = 60\,\mathrm{l}$ vett temperatuuril $T_s = 65\,^\circ\mathrm{C}$ ja $V_k = 90\,\mathrm{l}$ vett temperatuuril $T_k = 10\,^\circ\mathrm{C}$. Et soojendada $60\,\mathrm{l}$ vett temperatuurile $65\,^\circ\mathrm{C}$ on vaja kulutada $E = V_s \rho c_v (T_s - T_k) = 13\,860\,\mathrm{kJ} = 0.003\,85\,\mathrm{MWh}$ energiat ja selleks kulub $\frac{E}{P} = 1.925$ tundi.

Kui kell 19 alustada vee soojendamist siis graafikult lugedes tuleb keskmiseks elektrihinnaks umbes 85 $\frac{\text{euro}}{\text{MWh}}$ ja seega maksab vee soojendamine päevas umbes 32.7 eurosenti. Kui soojendada vajalikul hulgal vett kõige soodsamal ajal alates kella kümnest õhtul on keskmine elektrihind umbes 15 $\frac{\text{euro}}{\text{MWh}}$ ja seega maksab vee soojendamine päevas umbes 5.8 eurosenti

Seega tasub seadme ost ära $\frac{40}{0.327-0.058} \approx 149$ päevaga

6. (*VEE KEETMINE*) (*10 p.*) *Autor: Konstantin Dukatš*

Pliidi poolt potile antav soojus läheb täies mahus vee soojendamiseks ja aurustamiseks, sest soojuskadudega ei pea arvestama. Paneme tähele, et potis olev vesi hakkab keema täpselt siis, kui selle temperatuuriks saab $T_a = 100\,°\mathrm{C}$. Ka poti põhjas aurustuv vesi soojendatakse enne aurustumist esmalt kiiresti $T_a = 100\,°\mathrm{C}$ juurde. Seega on ajaks, kui vesi keema läheb, vee soojendamisele kulutatud energia $Q_s = c_v \rho_v V_0 (T_a - T_0)$.

Olgu t aeg, mis kulub vee keemiseni. Aja t jooksul väljub kaanes olevast august aur kogumassiga $\Delta m = \rho_a \frac{\pi d^2}{4} ut$, mis on ka ühtlasi protsessi vältel aurustatava vee kogumass. Seega kulub vee aurustamisele kokku energia $Q_a = \lambda \Delta m = \lambda \rho_a \frac{\pi d^2}{4} ut$.

Pliit annab potile aga aja t jooksul kokku energia Pt. Energia jäävusest saame

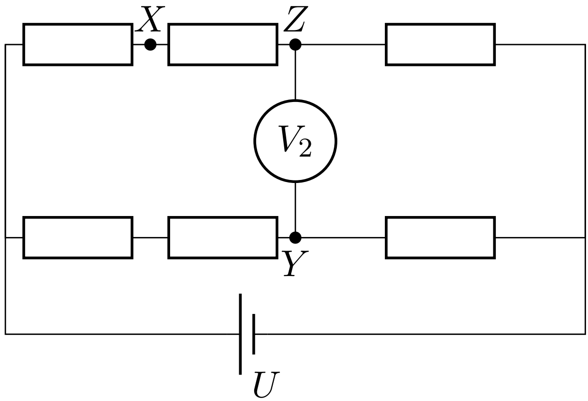
$$Pt = Q_s + Q_a = c_v \rho_v V_0 (T_a - T_0) + \lambda \rho_a \frac{\pi d^2}{4} ut.$$

Selle võrrandi lahendamisel leiame

$$t = \frac{c_v \rho V_0 (T_a - T_0)}{P - \lambda \rho_a \frac{\pi d^2}{4} u} \approx 225\,\mathrm{s} = 3.75\,\mathrm{min}.$$

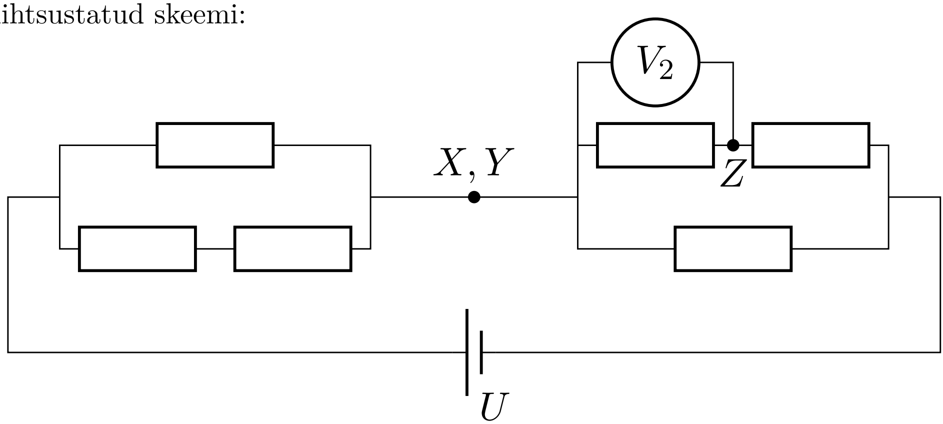
7. (*VIISNURK*) (*10 p.*) *Autor: Konstantin Dukatš*

Kuna ideaalne voltmeeter V_1 ei lase voolu läbi siis võib selle skeemist eemaldada ilma, et skeem muutuks. Nii saame lihtsama skeemi:



Sellisel juhul on meil sümmeetria tõttu V_2 näit $U_2 = 0$.

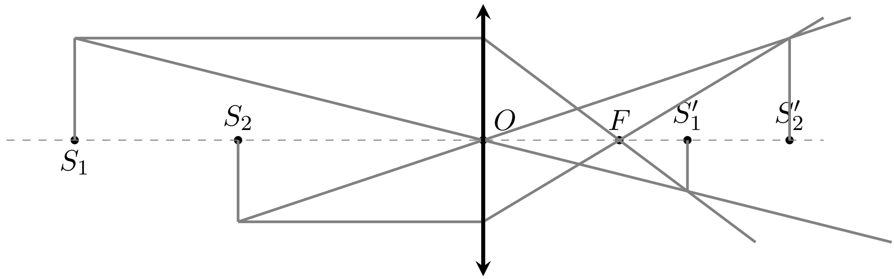
Ideaalne ampermeeter käitub nagu juhe. Seega kui asendada voltmeeter V_1 ideaalse ampermeetriga siis me võime asendada ampermeetri juhtmega ilma, et skeem muutuks. Ehk me saame ühendada klemmid X ja Y ning saame lihtsustatud skeemi:



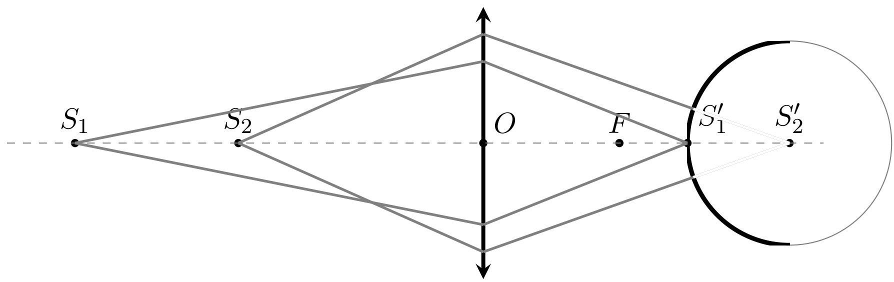
Skeemist näeme, et parem osa, mis koosneb kolmest takistist, on sarnane vasaku osaga. Seega on parema ja vasaku poole takistused samad ja mõlemal poolel on pinge $\frac{U}{2}$. Voltmeeter V_2 näit on pool parema poole pingest ja seega on V_2 näit $U_2' = \frac{U}{4}$. Seega on voltmeetri V_2 näidu muut $\Delta U_2 = U_2' - U_2 = \frac{U}{4} - 0 = \frac{U}{4}$.

8. (*KUMERPEEGEL*) (*10 p.*) *Autor: Konstantin Dukatš*

Konstrueerime esmalt punktide S_1 ja S_2 kujutised S_1' ja S_2'".



Teame, et kui valguskiir langeb peegelpinnale risti, siis liigub see samasugust teed pidi tagasi alguspunkti suunas. Tänu kiirte pööratavuse printsiibile jõuab valguskiir punktidest S_1' ja S_2' tagasi vastavatesse algpunktidesse S_1 ja S_2. Kumerpeegel on sfääriline, seejuures punkti S_2' poole suunatud kiirte pikendused määravad ära peegli keskpunkti ning punktide S_1' ja S_2' vahekaugus määrab ära joonistatava kaare raadiuse.



9. (*SOOLVESI*) (*12 p.*) *Autor: Jaan Kalda*

Et soolvee kihi paksus kasvab 50% võrra, siis kasvab ka rõhk anuma põhjas 50% võrra ning seega teeb seda ka kogu anumas oleva aine kaal. Seega kasvab anumas oleva aine mass 50% võrra. See tähendab, et peale jää sulamist ja segunemist moodustab soola kontsentratsioon 2/3 esialgsest väärtusest. Seega on soolvee uueks tiheduseks $\rho' = (1 + 0.25 \cdot \frac{2}{3})\mathrm{g/cm}^3 \approx 1.17\,\mathrm{g/cm}^3$. Et silindris oleva aine kaal ei muutu lahustumise käigus, siis ei muutu ka rõhk anuma põhja juures ning seetõttu peab uus vedeliku taseme kõrgus olema $H' = (H + h)\rho/\rho' \approx 32.1\,\mathrm{cm}$. Niisiis kerkib vedeliku tase $\Delta h = 2.1\,\mathrm{cm}$ võrra.

10. (*JALGRATTUR*) (*12 p.*) *Autor: Kaur Aare Saar*

Lahendus 1: Kuna ratas ei liigu ei edasi ega tagasi, siis teame, et väikse edasiliikumise x korral süsteemi energia ei muutu. Järelikult peab Jaani masskese laboratoorses taustsüsteemis jääma samale kõrgusele.

Kui ratas liigub pikkuse x võrra mööda nõlva edasi, siis ratas tõuseb mööda vertikaalselt $x \sin \alpha$ võrra kõrgemale. Samas, selleks, et jalgratas liiguks x võrra edasi, peab tagumine ratas pöörama end nurga $\frac{x}{R}$ võrra. Sama distantsi peale peaksid liikuma pedaalid nurga $\frac{x}{NR}$ võrra, mistõttu jalgratta taustsüsteemis liigub Jaan vertikaalselt $\frac{ax}{NR}$ võrra. Need kaks vertikaalset nihet peavad olema võrdsed $x \sin \alpha = \frac{ax}{NR}$ ehk $N = \frac{a}{R \sin \alpha}$.

Lahendus 2: Kuna ratas seisab kallaku peal paigal, siis järelikult peab kehtima jõudude tasakaal Jaani ja ratta süsteemile. Vaatleme kallaku sihilisi jõude. Esimene ratas saaks vabalt pöörelda, järelikult seal kallaku sihilised jõud puuduvad. Jaanile mõjuva raskusjõu kallakusihiline komponent on $F_1 = mg \sin \alpha$. Pedaalidele mõjuv jõumoment on $\tau_1 = mga$. Kuna tagumisel hammasrattal on N korda vähem hambaid, siis järelikult liigub see N korda kiiremini ehk sellele mõjuv jõumoment peab olema N korda väiksem ehk $\tau_2 = \frac{\tau_1}{N} = \frac{mga}{N}$. Seega ratta ja pinna konktaktpunktis mõjub jõud $F_2 = \frac{\tau_2}{R} = \frac{mga}{NR}$. Nüüd jõudude tasakaal $F_1 = F_2$ annab, et $N = \frac{a}{R \sin \alpha}$.