Eesti koolinoorte 53. füüsikaolümpiaad

21. jaanuar 2006. a. Piirkondlik voor

Põhikooli ülesannete lahendused

Eessõna

Käesoleval lahendustelehel on toodud iga ülesande üks õige lahenduskäik (mõnel juhul ka enam). Kõik alternatiivsed õiged lahenduskäigud tuleb hinnata samuti maksimumhindega. Iga alternatiivse lahenduskäigu jaoks tuleb kontrollijatel koostada hindamisskeem juhindudes juuresoleva hindamisskeemi punktijagamisproportsioonist. Soovituslikud maha-arvamise punktid: numbriline arvutusviga — 0,5 p.; viga teisendustes — 0,5 p. (märgi jms väiksem viga) või 1 p. (viga, mis viib dimensioonide konfliktini), maha arvata ainult üks kord, st edasikanduvat viga mitte karistada; kui vastus tuleb füüsikaliselt absurdne, siis võib täiendavalt karistada 0,5 punktiga; üksik viga lähtevalemis: 0,5 p. (kui märgiviga) kuni 50% (sisuline viga).

1. ülesanne (*KAAL*)

Kangkaalu tasakaalustmiseks on vaja lisaraskust, sest vees mõjub kehale üleslükkejõud $F_{\ddot{u}} = \rho_v g V$, kus ρ_v on vee tihedus [0,5 p.]. Keha ruumala $V = m/\rho$ [0,5 p.]. Kaaluvihile mõjub vees jõud

$$F = mg - F_{\ddot{u}} = mg - \frac{\rho_v mg}{\rho} = mg\left(1 - \frac{\rho_v}{\rho}\right). \quad [1 \text{ p.}]$$

Kuna $\rho_{Al} < \rho_{Fe}$, siis rauast kaaluvihile mõjub suurem jõud, sest

$$mg\left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_{Al}}\right) < mg\left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_{Fe}}\right) \quad \Rightarrow \quad F_{Al} < F_{Fe}. \quad [1 \text{ p.}]$$

Vajalik lisaraskus tuleb asetada alumiiniumist kaaluvihiga samale kaalukausile ehk parempoolsele kaalukausile. Vajalik lisajõud kangkaalu tasakaalustamiseks vees on

$$F_l = F_{Fe} - F_{Al} = m_l g\left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_l}\right), \quad [1 \text{ p.}]$$

kus indeksiga l oleme tähistanud kõik lisaraskuse kohta käivad suurused. Vajaliku lisaraskuse hulk ehk mass ei sõltu jõu F_l suurusest ehk siis

$$F_l = m_l g \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_l}\right) = \text{const.} \quad [1 \text{ p.}]$$

m_l on minimaalne, kui avaldis sulgudes on suurima võimaliku väärtusega. Arvestades, et $\rho_{vesi} < \rho_{Al} < \rho_{Fe}$, saame

$$1 - \frac{\rho_v}{\rho_{Al}} < 1 - \frac{\rho_v}{\rho_{Fe}}. \quad [1 \text{ p.}]$$

Seega raust lisaraskuse mass on väiksem.

Loomulikult tuleb lugeda maksimumpunktide vääriliseks lahendust, milles on eespool esitatud matemaatiline tekst kirjutatud sõnadega. Näiteks: Raua tihedus on alumiiniumi tihedusest suurem, seega mõjub rauast kaaluvihile võrdsete masside korral väiksem üleslükkejõud kui alumiiniumist kaaluvihile [2 p.]. Lisaraskus tuleb asetada alumiiniumist kaaluvihiga samale kaalukausile ehk parempoolsele kaalukausile [1 p.]. Kuna raua tihedus on alumiiniumi tihedusest suurem, siis sama kaalu (kaal — jõud, millega keha mõjutab alust) saavutamiseks on raua mass väiksem, sest rauast lisaraskusele mõjub väiksem üleslükke jõud, kui alumiiniumist lisaraskusele [3 p.].

2. ülesanne (*RONGID*)

Seome taustsüsteemi ühe rongiga ehk loeme ühe rongidest paigalseisvaks [1 p.]. Teineteisest möödumisel on rongide pikkus kokku

$$s = s_1 + s_2 = 100 \text{ m} + 200 \text{ m} = 300 \text{ m}. \quad [2 \text{ p.}]$$

Liikuva rongi kiirus uues taustsüsteemis on seega

$$v = v_1 + v_2 = 25 \text{ m/s} + 20 \text{ m/s} = 45 \text{ m/s}. \quad [2 \text{ p.}]$$

Teineteisest möödasõiduks kulub seega

$$t = \frac{s}{v} = \frac{300\ \text{m}}{45\ \text{m/s}} \approx 6{,}7\ \text{s}. \quad [1\ \text{p.}]$$

3. ülesanne (*SPRINTER*)

Kogu distantsi läbis jooksja ajaga $t = t_1 + t_2$, kus $t_1 = \tau = 1{,}8$ s on kiirenduseks kulunud aeg ja t_2 on püsiva kiirusega jooksmiseks kulunud aeg. [1 p.] Distantsi pikkus $s = s_1 + s_2 = 100$ m, kus s_1 on kiirendades joostud distantsi osa ja s_2 — püsiva kiirusega $v_2 = u = 11{,}2$ m/s joostud distantsi osa. [1 p.] Leiame keskmise kiiruse, millega jooksja läbis esimese osa distantsist: $s_1 = v_k t_1$. [1 p.] Teades, et kiirendamine toimus ühtlaselt, võime kirjutada

$$v_k = \frac{v}{2} = 5{,}6\ \text{m/s}. \quad [1\ \text{p.}]$$

Kiirendades joostud distantsiosa pikkus

$$s_1 = v_k t_1 = 5{,}6\ \text{m/s} \cdot 1{,}8\ \text{s} = 10{,}08\ \text{m}. \quad [1\ \text{p.}]$$

ja ühtlaselt joostud distantsi osa pikkus

$$s_2 = s - s_1 = 100\ \text{m} - 10{,}08\ \text{m} = 89{,}92\ \text{m}, \quad [1\ \text{p.}]$$

mille läbimise aeg on

$$t_2 = \frac{s_2}{v_2} = \frac{89{,}92\ \text{m}}{11{,}2\ \text{m/s}} \approx 8{,}03\ \text{s} \quad [1\ \text{p.}]$$

Sprinteri saja meetri aeg on

$$t = t_1 + t_2 = 1{,}8\ \text{s} + 8{,}03\ \text{s} = 9{,}83\ \text{s}. \quad [1\ \text{p.}]$$

4. ülesanne (*RINGRADA*)

Olgu ringraja pikkus s. Esikohal oleval autol kulub ringi läbimiseks aega $t_1 = s/v_1$ [1 p.] ja viimasel autol — $t_2 = s/v_2$. [1 p.] Jõudku esimene auto viimasele järgi siis, kui esimene on sõitnud n ringi. Viimane auto on siis sõitnud $n-1$ ringi. [1 p.] Mõlemad autod on sõitnud ühekaua. [1 p.]

$$nt_1 = (n-1)\,t_2 \quad [2\text{ p.}] \quad \Rightarrow \quad n\,\frac{s}{v_1} = (n-1)\,\frac{s}{v_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{n}{v_1} = \frac{n}{v_2} - \frac{1}{v_2} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad n\left(\frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1}\right) = \frac{1}{v_2} \quad \Rightarrow \quad n = \frac{1/v_2}{1/v_2 - 1/v_1} = 12{,}5. \quad [2\text{ p.}]$$

Esikohal olev auto peab sõitma 12,5 ringi, et viimasele autole järele jõuda.

5. ülesanne (*KÜTTEPUUD*)

Märja kasepuu põletamisel kulub osa põlemisel saadavast energiast puus oleva vee aurustamiseks [1 p.]. Kasulik saadav soojushulk on $Q_M = Q_k - Q_v$, kus Q_k on kuiva puu põletamisel saadud energia ja Q_v on vee soojendamiseks ja aurustamiseks kulunud energia [1 p.]. Saame

$$Q_M = (1-\gamma)\,mk - \gamma m\,[c\,(t-t_0) + L], \quad [2\text{ p.}]$$

kus $t = 100$ °C. Teades, et kütteväärtus $k_M = Q/m$ [1 p.], saame

$$k_M = (1-\gamma)\,k - \gamma\,[c\,(t-t_0) + L] \approx 11{,}1\text{ MJ}. \quad [2\text{ p.}]$$

Kuiva kasepuu kütteväärtus on märja kasepuu kütteväärtusest $k/k_M \approx 1{,}16$ [1 p.] korda suurem.

Märkus: Kuna kütteväärtus on energia, mis eraldub massiühiku kohta, siis loomulikult on õige ka lahendus, kus leitakse vahetute arvutustega 1 kg märja kasepuu põletamisel erladuva energia hulk.

6. ülesanne (*TAKISTID*)

Olgu vooluallika pinge U, takistite takistused R_1 ja R_2. Vastavalt ülesande tingimustele

$$P_1 = \frac{U^2}{R_1} \quad \text{ja} \quad P_2 = \frac{U^2}{R_2}$$

a) Rööpühenduse korral on mõlemal takistil pinge U [1 p.], seega takistitel eraldub võimsus vastavalt

$$\frac{U^2}{R_1} = P_1 \quad \text{ja} \quad \frac{U^2}{R_2} = P_2, \quad [1\text{ p.}]$$

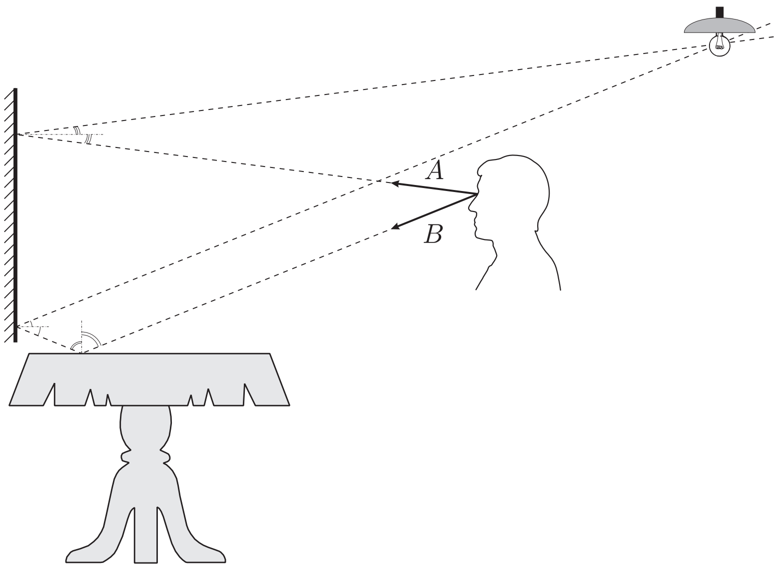
kokku saame $P = P_1 + P_2 = 25$ W [1 p.].

b) Avaldame takistused võimsuste kaudu

$$R_1 = \frac{U^2}{P_1}, \qquad R_2 = \frac{U^2}{P_2}. \quad [2\text{ p.}]$$

Jadaühenduses on kogutakistus $R = R_1 + R_2$ [1 p.] ning koguvõimsus seega

$$P = \frac{U^2}{R} = \frac{U^2}{R_1 + R_2} = \frac{U^2}{U^2/P_1 + U^2/P_2} = \frac{1}{1/P_1 + 1/P_2} = 6\text{ W}. \quad [2\text{ p.}]$$



Joonis 1: Ülesanne 7

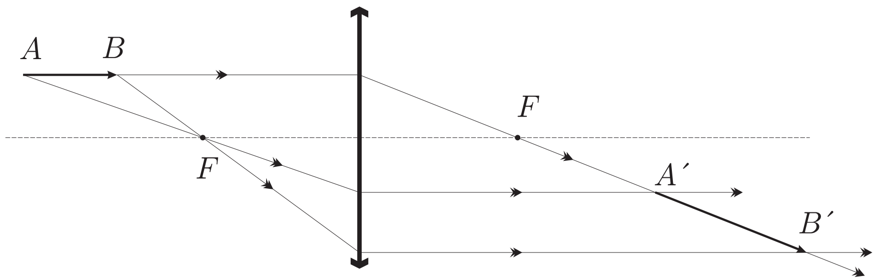
7. ülesanne (*PEEGELDUSED*)

Vaata joonist 1.

Punktid: peeglil toimuva peegelduse õige kujutamise eest — [2 p.]; laual tominud peegelduse õige kujutamise eest — [2 p.]; peeglil toimunud teise peegelduse õige kujutamise eest, kui kiir B ja peeglilt lambile suunduv kiir on enam-vähem paralleelsed — [2,5 p.]; lambi asukoha leidmise eest, kui lamp asub kahe peeglist tuleva kiire lõikumispunktis — [1,5 p.].

8. ülesanne (*KUMERLÄÄTS*)

Vaata joonist 2.



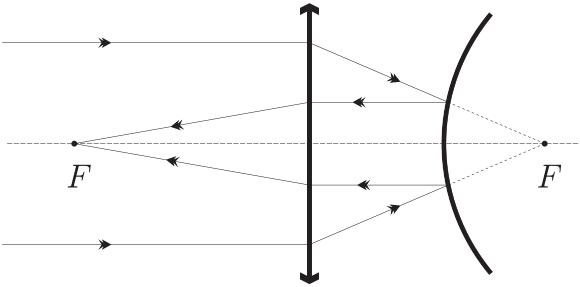
Joonis 2: Ülesanne 8

Punktid: õigesti määratud punkti A' asukoht — [2 p.]; õigesti määratud punkti B' asukoht — [2 p.]; õigesti joonistatud kujutis $A'B'$ — [4 p.].

9 ülesanne (*KUMERPEEGEL*)

Läätse ja kumerpeegli fookused peavad ühtima (vt. joon. 3).

Kumerläätsele langev paralleelne valgusvihk koondub fookuses — [1 p.]. Kumerpeeglilt peegeldunud valgus üldjuhul hajub — [1 p.]. Et valgusvihk koonduks läätse ees läätse fookuses, peab peeglilt läätsele peegelduma paralleelne valgusvihk — [1 p.]. Kumerpeeglilt peegeldub paralleelne valgusvihk siis, kui peeglile langeb koonduv valgusvihk, mille kiirte pikendused läbivad kumerpeegli näiva fookuse — [2 p.]. Järelikult tuleb kumerpeegel paigutada kumerläätse taha risti optilise peateljega — [1 p.] nii, et läätse ja peegli fookused ühtiksid — [2 p.]. Joonis — [2 p.].



Joonis 3: Ülesanne 9

10. ülesanne (*JÄÄTÜKK*)

Esimene lahendus:

Anuma põhja pindala on

$$S = \frac{\pi d^2}{4}. \quad [1 \text{ p.}]$$

Leiame esmalt veest väljavõetud jäätüki massi m_1. Väljavõtmise tulemusena tõusis veetase Δh_2 võrra, seega enne väljavõtmist tõrjus jäätükk ruumala $\Delta V = S\Delta h_2$, mis on ühtlasi tema vees asuva osa ruumala. Archimedese seadusest

$$m_1 g = \rho \Delta V g \quad \Rightarrow \quad m_1 = \rho \Delta V = \rho S \Delta h_2. \quad [4 \text{ p.}]$$

Jää sulamise tulemusena jäi anumasse $S(\Delta h_1 - \Delta h_2)$ [1 p.] esialgsest rohkem vett. Seega ära sulas osa jäätst

$$\Delta m = \rho S(\Delta h_1 - \Delta h_2). \quad [1 \text{ p.}]$$

Esialgse jäätüki massiks saame

$$m_0 = m_1 + \Delta m = \rho S(\Delta h_1 - \Delta h_2) + \rho S \Delta h_2 = \rho S \Delta h_1 \approx 79 \text{ g}. \quad [1 \text{ p.}]$$

Jää sulamiseks kulus soojust $Q = \lambda \Delta m$ [1 p.], mis kõik läks vee jahutamiseks 0 °C-ni, seega $Q = cm_v \Delta t$ [1 p.], kus m_v on esialgne vee mass anumas. Saame

$$\lambda \Delta m = cm_v \Delta t \quad \Rightarrow \quad m_v = \frac{\lambda \Delta m}{c \Delta t} = \frac{\lambda \rho S(\Delta h_1 - \Delta h_2)}{c \Delta t} \approx 950 \text{ g.} \quad [2 \text{ p.}]$$

Teine lahendus:

Anuma põhja pindala on

$$S = \frac{\pi d^2}{4}. \quad [1 \text{ p.}]$$

Olgu m_0 jäätükki esialgne mass. Jää sulamise tulemusena veetase ei muutunud [2 p.] (Archimedese seadusest jäätüki sulamisel tekkinud vesi täidab täpselt jäätüki veealuse osa ruumala). Arvestades, et ujuva keha mass võrdub väljatõrjutud vedeliku massiga [2 p.], saame, et esialgne jäätüki mass on

$$m_0 = \rho S \Delta h_1 \approx 79 \text{ g.} \quad [1 \text{ p.}]$$

Jää sulamise tulemusena jäi anumasse $S(\Delta h_1 - \Delta h_2)$ [1 p.] esialgsest kogusest rohkem vett. Seega ära sulas $\Delta m = \rho S(\Delta h_1 - \Delta h_2)$ jäätst [1 p.]. Jää sulamiseks kulus soojust $Q = \lambda \Delta m$ [1 p.], mis kõik läks vee jahutamiseks 0 °C-ni, seega $Q = cm_v \Delta t$ [1 p.], kus m_v on esialgne vee mass anumas. Saame

$$\lambda \Delta m = cm_v \Delta t \quad \Rightarrow \quad m_v = \frac{\lambda \Delta m}{c \Delta t} = \frac{\lambda \rho S(\Delta h_1 - \Delta h_2)}{c \Delta t} \approx 950 \text{ g.} \quad [2 \text{ p.}]$$

E1. ülesanne (*KUSTUTUSKUMM*)

Katse idee — [3 p.]. Katsekeha kaal õhus on $F = mg$ ja vees $P = F - \rho_v g V$. [1 p.] Arvestades, et $V = m/\rho$, saame

$$P = F - \rho_v g V \quad \Rightarrow \quad P = F - \rho_v g \frac{m}{\rho} \quad \Rightarrow \quad P = F \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho}\right). \quad [1{,}5 \text{ p.}]$$

Avaldame viimasest võrrandist katsekeha tiheduse ρ, saame

$$\rho = \frac{F\rho_v}{F-P}. \quad [0,5 \text{ p.}]$$

Mõõtmised — [1 p.] ja lõpptulemuse arvutamine — [1 p.].

E2. ülesanne (*LÄÄTS*)

Esimene lahendus:

Põlev lamp asetatakse kumerläätsest võimalikult kaugele, et läätsele langeva valgusvihu võiks lugeda paralleelseks (piisav vahemaa on 50 cm). Mõõdetakse kumerläätse fookuskaugus. Kumerläätse ette asetatakse nõguslääts. Kui nõgusläätse ja kumerläätse fookused ühilduvad, on pärast kumerläätse valgusvihk paralleelne. Paralleelsuse määramiseks asetatakse ekraanile paberileht ja märgitakse sellele valguslaigu läbimõõt. Ekraani nihutamisel peab valguslaik ekraanil jääma sama suureks. Mõõdetakse läätsede optiliste keskpunktide kaugused l. Nõgusläätse fookuskaugus $f_n = f_k - l$.

Idee — [3 p.]. Kumerläätse fookuskauguse määramine — [2 p.]. Nõgusläätse õigesse kohta paigaldamine — [2 p.]. Valgusvihu paralleelsuse kontroll — [2 p.]. Läätsede vahekauguse mõõtmine — [1 p.]. Nõgusläätse fookuskauguse arvutamine — [2 p.].

Teine lahendus:

Põlev lamp asetatakse kumerläätsest võimalikult kaugele, et läätsele langeva valgusvihu võiks lugeda paralleelseks. Mõõdetakse kumerläätse fookuskaugus. Kumerläätse taha asetatakse nõguslääts. Kui kumerläätse ja nõgusläätse fookused ühilduvad, on pärast nõgusläätse valgusvihk paralleelne. Kontrollitakse valgusvihu paralleelsus. Mõõdetakse läätsede optiliste keskpunktide kaugused l. Nõgusläätse fookuskaugus $f_n = f_k - l$.

Idee — [3 p.]. Kumerläätse fookuskauguse määramine — [2 p.]. Nõgusläätse õigesse kohta paigaldamine — [2 p.]. Valgusvihu paralleelsuse kontroll — [2 p.]. Läätsede vahekauguse mõõtmine — [1 p.]. Nõgusläätse fookuskauguse arvutamine — [2 p.].

Kolmas lahendus:

Kui valgusallikas asub piisavalt kaugel, siis võib lugeda, et läätsele langevad kiired on paralleelsed. Nõguslääts asetatakse valgusallika ja ekraani vahele. Nõguslääts eemaldatakse ekraanist. Teatud kaugusel ekraanist tekib läätse võru ümber hele rõngas. Mõõdetakse läätse läbimõõt, heleda rõnga läbimõõt ja läätse kaugus ekraanist ning sarnastest kolmnurkadest arvutatakse nõgusläätse fookuskaugus.

Sarnastest kolmnurkadest ilmneb, et $D/d = a/f$, millest $f = ad/D$. Meetod on eelnevatest ebatäpsem, sest ruumi valgustatus segab katse läbiviimist ning heleda rõnga piire ei ole võimalik kuigi täpselt fikseerida, seepärast on antud lahenduse eest maksimaalselt võimalik saada [8 p.].

Neljas lahendus:

Põlev lamp asetatakse kumerläätse fookusesse. Pärast läätse on valgusvihk paralleelne. Nõguslääts asetatakse heledasse paralleelsesse valgusvihku. Nõgusläätse taha paigutatakse ekraan. Nõguslääts eemaldatakse ekraanist. Teatud kaugusel ekraanist tekib läätse võru ümber hele rõngas. Mõõdetakse läätse läbimõõt, heleda rõnga läbimõõt ja läätse kaugus ekraanist ning sarnastest kolmnurkadest arvutatakse nõgusläätse fookuskaugus. Sarnastest kolmnurkadest ilmneb, et $D/d = a/f$, millest $f = ad/D$.

Idee – [3 p.]. Valgusallika paigutamine kumerläätse fookuskaugusesse — [2 p.]. Valgusvihu paralleelsuse kontroll — [2 p.]. Nõgusläätse läbimõõdu mõõtmine — [1 p.]. Ekraanil tekkinud valguslaigu läbimõõdu mõõtmine — [2 p.]. Ekraani ja läätse vahelise kauguse mõõtmine — [1 p.]. Arvutamine — [1 p.].