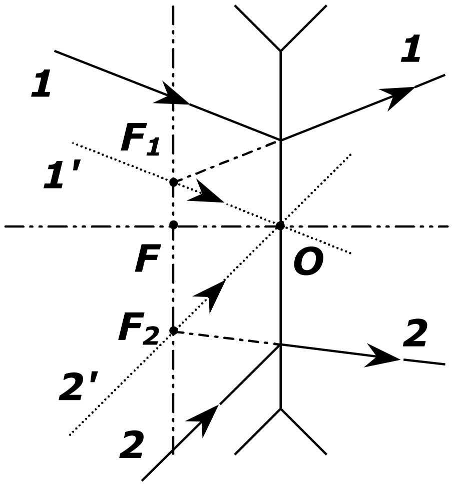
**Eesti koolinoorte 45. füüsikaolümpiaadi piirkondlik voor**

**31. jaanuar 1998. aasta**

**Keskkooli ülesannete lahendused**

# 1. ülesanne

Ülesande lahendamiseks kasutame järgmisi geomeetrilise optika reegleid:




1) Läätse fookust läbivat tasandit, mis on risti optilise peateljega, nimetatakse fokaaltasandiks.

2) Igasugune paralleelsete kiirte kimp pärast läätse läbimist:

   a) koondub fokaaltasandi mingis punktis (koondav lääts);

   b) hajub selliselt, et kiirte pikendused lõikuvad fokaaltasandi mingis punktis (hajutav lääts).

3) Igasugune läätse keskpunkti läbiv kiir levib edasi suunda muutmata.[ **3 p.**]

<u>Lahendus</u>*:* Leiame läätse fokaaltasandi. Selleks valime abikiire 1′ nii, et see oleks paralleelne kiirega 1 ja läbiks läätse keskpunkti O. Kiire 1′ ja kiire 1 murdunud osa pikenduse lõikepunkt $F_1$ asub fokaaltasandis. Joonistame fokaaltasandi risti optilise teljega.

Leiame kiire 2 levimissuuna pärast murdumist. Selleks valime abikiire 2′ nii, et see oleks paralleelne kiirega 2 ja läbiks läätse keskpunkti O. Kiire 2′ ja fokaaltasandi lõikepunkt on $F_2$. Järelikult kiire 2 suund pärst murdumist on selline, et tema pikendus läbiks punkti $F_2$. [ **2 p.** ]

# 2. ülesanne

Juht peab jõudma peatuda, kui teel peaks olema mingi seisev takistus, mis ilmub juhi jaoks ootamatult välja $L$ = 30 m kaugusel. Sel ajal, kui juht pole veel jõudnud reageerida, sõidab auto endise kiirusega edasi, seejärel hakkab pidurduma kiirendusega $\mu g$ [ **1 p.** ]. Niisiis:

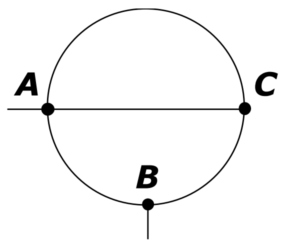
$L = v^2/2\mu g + v\tau$ [ **2 p.** ] ; $v = -\mu g\tau + [(\mu g\tau)^2 + 2\mu gL]^{0.5}$ $\Rightarrow$

$v = -0.6 \cdot 9.8 \cdot 0{,}7 + [(0{,}6 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}7)^2 + 2 \cdot 0{,}6 \cdot 9{,}8 \cdot 30\ ]^{0.5} \approx 15$ m/s ≈ 54 km/h [ **2 p.** ]

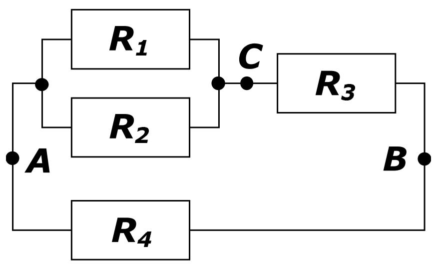
Ruutjuure ees on plussmärk, sest negatiivne vastus meile ei sobi.

<u>Vastus</u>*:* Suurim ohutu kiirus udus autoga sõitmiseks on 54 km/s.

# 3. ülesanne




<u>Tähistused</u>*:* $R_1$ — traadilõigu takistus punktide A ja C vahel mööda ringjoont; $R_2$ — traadilõigu takistus punktide A ja C vahel mööda diameetrit; $R_3$ — traadilõigu takistus punktide C ja B vahel mööda ringjoont; $R_4$ — traadilõigu takistus punktide A ja B vahel mööda ringjoont; $\sigma$ — traadi joontakistus; $R_0$ = 1 Ω — 10 cm pikkusega traadilõigu takistus; $r$ = 10 cm — traatraami raadius.




<u>Lahendus</u>*:* Ülesande lahendamiseks joonistame traatraami ekvivalentse elektriskeemi, kus traatraami küljed on asendatud takistitega. Leiame traadi joontakistuse:

$\sigma = R_0/L = 1/10 = 0{,}1$ Ω/cm [ **1 p.** ]

Arvutame nüüd takistite takistused: $R_1 = \sigma\pi r = 0{,}1\cdot 3{,}14\cdot 10 = 3{,}14\ \Omega$ [ **1 p.** ] ;

$R_2 = \sigma\cdot 2r = 0{,}1\cdot 2\cdot 10 = 2\ \Omega$ [ **1 p.** ] ; $R_3 = R_4 = R_1/2 = 3{,}14/2 = 1{,}57\ \Omega$ [ **1 p.** ]

Takistus punktide A ja C vahel on

$R_{AC} = R_1\cdot R_2/(R_1+R_2) = 3{,}14\cdot 2/(3{,}14+2) = 6{,}28/5{,}14 = 1{,}22\ \Omega$ [ **1 p.** ]

Kogutakistus punktide A ja B vahel on

$R = (R_{AC}+R_3)\cdot R_4/(R_{AC}+R_3+R_4) \Rightarrow$

$R = (1{,}22+1{,}57)\cdot 1{,}57/(1{,}22+1{,}57+1{,}57) = 4{,}38/4{,}36 \approx 1\ \Omega$ [ **1 p.** ]

*Vastus:* Traatraami takistus punktide A ja B vahel on 1 Ω.

# 4. ülesanne

*Tähistused:* Kõrgus, millele tõusis granaadikild $h = 25$ m, granaadikillu mass $m = 1$ g, vaba langemise kiirendus $g = 9{,}8$ m/s$^2$, kiirus, mille omandas granaadikild plahvatuse tulemusena $v$, plahvatuse poolt granaadikillule mõjuv keskmine jõud $F$, aeg, mille jooksul mõjus plahvatus granaadikillule $\tau$.

*Lahendus:* Kuna granaadikild tõusis vertikaalselt üles, on tema potentsiaalne energia tõusu kõrgeimas punktis võrdne kineetilise energia, mille ta sai plahvatuse toimel:

$mgh = mv^2/2$ [ **2 p.** ].

Viimase saame me aga määrata Newtoni II seadusest: $\Delta(mv) = F\tau$, kust leiame, et $v = F\tau/m$ [ **2 p.** ]. Asendame kiiruse avaldise energia jäävuse seadusesse ja avaldame saadud võrrandist jõu:

$$F = \sqrt{\frac{2m^2gh}{\tau^2}} = \sqrt{\frac{2\cdot 0{,}001^2\cdot 9{,}8\cdot 25}{0{,}1^2}} = 0{,}22\ \mathrm{N}\ \left[\mathbf{2\ p.}\right]$$

*Vastus*: Keskmine jõud, mis mõjus plahvatuse ajal granaadikillule, oli 0,22 N.

# 5. ülesanne

*Tähistused:* $m$ — kiirkeetjas olnud vee mass; $L = 2{,}3$ MJ/kg — aurustumissoojus, $c = 4{,}2$ kJ/(kg·°C) — vee erisoojus.

*Lahendus:* Kiirkeetja avamisel saab rõhk potis võrdseks atmosfäärirõhuga [ **1 p.** ]. Kuna vee temperatuur kiirkeetjas oli üle 100 °C, siis algab intensiivne keemine, mis toimub seni, kuni vee temperatuur alaneb 100 °C-ni [ **2 p.** ]. On teada, et seejuures aurustus 3 % veest ehk 0,03 $m$; selle aurustamiseks kulunud soojushulk on $0{,}03mL$ [ **1 p.** ], mis saadi vee jahtumisel temperatuurist $t$ kuni temperatuurini 100 °C. Võib kirjutada:

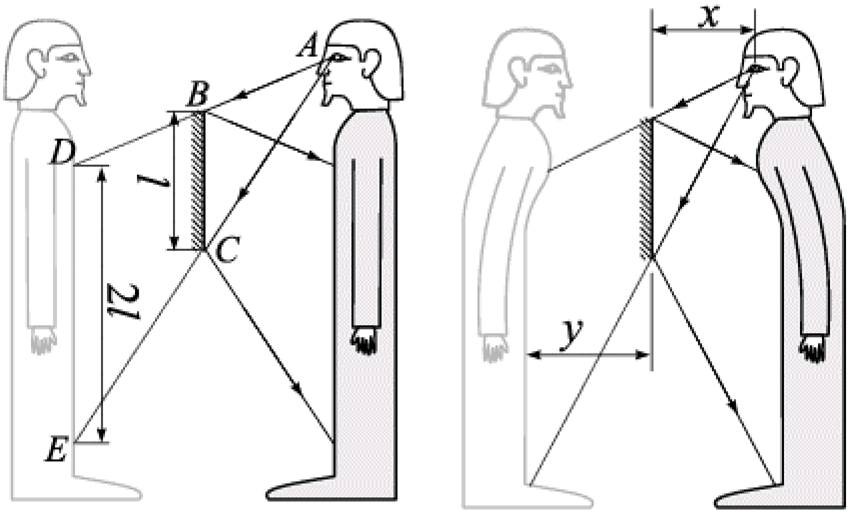
$0{,}03mL = cm\cdot(t-100)$ [ **2 p.** ] $\Rightarrow$ $t = 100+0{,}03L/c \approx 116$ °C [ **1 p.** ]

*Vastus:* Temperatuur kiirkeetjas enne dehermetiseerimist oli 116 °C.

# 6. ülesanne

*Lahendus:* a) Eeldatakse, et inimese keha on paralleelne peegliga. Täpsemalt väljendudes, vaatav silm ja need keha punktid, mida vaadatakse, asuvad sirgel ning see sirge on paralleelne peegliga; vaata juuresolevat joonist, kus on toodud ära kiirte käik. Kolmnurgad ABC ja ADE on sarnased, kusjuures teine on esimesest kaks korda suuremate mõõtmetega. Seetõttu on kujutise nähtava osa pikkus kahekordne peegli pikkus.

b) Kui me tahame näha suuremat osa kehast, siis tuleb seada ennast nii, et silmad asetseksid peegli tasandile lähemal, kui vaadeldav keha piirkond. Teisel joonisel on näha, et keha on peeglist kaugemal, kui silmad, $y > x$. Seepärast on kolmnurkade sarnasustegur suurem kui 2. Tegelikult ei tarvitsegi kolmnurgad ilmtingimata enam sarnased olla, sest punktid F ja G ei tarvitse asuda enam ühel ja samal vertikaalil; see asjaolu ei muuda aga enam järeldust, et on võimalik näha pikemat piirkonda, kui kahekordne peegli pikkus.




## 7. ülesanne

*Tähistused*: Rõhk teekannu tila otsal $P_0 = 10^5$ Pa, aurustumissoojus $L = 2{,}25 \cdot 10^6$ J/kg, teekannu tila ristlõikepindala $S = 1$ cm$^2$, elektripliidi võimsus $N = 1$ kW, veeauru temperatuur $T = 373$ K, veeauru molekulaarmass $\mu = 18 \cdot 10^{-3}$ kg/mol.

*Lahendus*: Oletame, et teekann keeb piisavalt kaua. Paneme kirja soojusliku tasakaalu võrrandi:

$N\Delta t = Lm \;\Rightarrow\; m = N\Delta t/L$ {**1**} [ **2 p.** ]

kus $m$ on aja $\Delta t$ jooksul tekkinud auru mass. Kogu tekkinud aur peab läbima teekannu tila, järelikult: $m = dS\rho$ [ **2 p.** ], kus $\rho$ on veeauru tihedus ning $d$ on silindri pikkus, mille moodustab aja $\Delta t$ jooksul tilast kiirusega $v$ väljuv veeaur, niisis $d = v\Delta t$ [ **1 p.** ]. Järelikult $m = Sv\rho\Delta t$ {**2**}

Kuna on öeldud, et veeauru võib vaadelda kui ideaalgaasi, siis saame leida ta tiheduse Mendelejevi-Clapeyroni võrrandist:

$PV = mRT/\mu \;\Rightarrow\; \rho = m/V = P\mu/RT$ {**3**} [ **2 p.** ]

Keemisel on veeauru rõhk võrdne välisrõhuga, seega $P = P_0$

Võrreldes valemeid {**1**} ja {**2**} ning asendades tiheduse valemist {**3**} saame kiiruse jaoks järgmise avaldise

$v = NRT/\mu\, P_0LS = 1000 \cdot 8{,}31 \cdot 373/18 \cdot 10^{-3} \cdot 10^5 \cdot 2{,}25 \cdot 10^6 \cdot 10^{-4} \approx 7{,}65$ m/s [ **2 p.** ]

*Vastus:* Teekannu tilast välja voolava veeauru kiirus on $v \approx 7{,}65$ m/s.

## 8. ülesanne

*Lahendus*: Vahetult pärast lüliti sulgemist pole kondensaator veel jõudnud laaduda, tema laeng on null ning seega on seose $U = q/C$ tõttu pinge tema klemmidel samuti null [ **2 p.** ]. Seega on meil vooluahela kogutakistuse seisukohast kondensaatori klemmid lühistatud, s.t. olukord taandub lihtsale paralleel- ja rööpühenduste kombinatsioonile [ **1 p.** ].

Niisiis $I = E/R$, kus $R = R_1 R_2/(R_1+R_2)+R_3 R_4/(R_3+R_4) = 35$ k$\Omega$, seega $I \approx 171$ μA [ **2 p.** ].

Edasi hakkab kondensaatori klemmidele kogunema laeng, mis omandab lõpuks stabiliseeruva väärtuse [ **2 p.** ]. Kui kondensaatori laeng enam ei muutu, siis ei ole ka tema klemmidele viivates juhtmetes voolu ning vooluahela kogutakistuse seisukohast on see sama hea, kui neid juhtmeid polekski [ **1 p.** ], s.o. olukord taandub jällegi lihtsale paralleel- ja rööpühenduste kombinatsoonile:

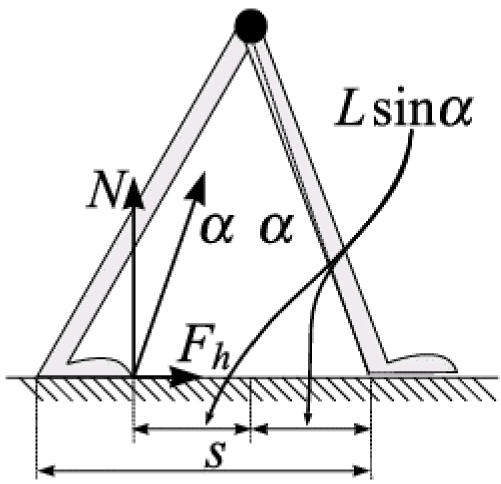
$I = E/R$, kus $R = (R_1+R_3)\cdot(R_2+R_4)/(R_1+R_2+R_3+R_4) = 36\ \mathrm{k}\Omega$, seega $I \approx 167\ \mu\mathrm{A}$ [ **2 p.** ].

*Vastus:* a) $I \approx 171\ \mu\mathrm{A}$ b) $I \approx 167\ \mu\mathrm{A}$

# 9. ülesanne

*Tähistused:* $F_h$ — hõõrdumisjõud; $N$ — toereaktsioon; $L = 1$ m — jala pikkus; $\mu = 0{,}05$ — hõõrdetegur; $d = 0{,}3$ m — talla pikkus.

*Lahendus:*




Kõndimisel ei ole inimese keha rangelt võttes tasakaalus, sest vahepeal on sellised perioodid, kus keha massikeskme projektsioon langeb väljapoole toetuspunkte. Küll aga peab kehtima taskaal keskmistatuna üle aja, sest käimine toimub enam-vähem ühtlase kiirusega.

Siis, kui toetuv jalg jääb tahapoole, hakkab keha veidi ettepoole kukkuma, sest jalatallale mõjub ettepoole suunatud hõõrdejõud; kui jalg toetub maha kehast eespool, siis hakkab keha tahapoole vajuma. Jala vahetus toimub nii kiiresti, et keha tegelikult kukkuda ei jõua ja keskmistatuna üle aja kompenseerivad ühes- ning teises suunas mõjuvad jõud üksteise. Mida kaugemale keha massikeskme projektsioonist jalatalla toetuskese jääb, seda suurem on hõõrdejõu hetkeväärtus. Libedal kõndimisel peab hoolt kandma, et see oleks väiksem maksimaalsest seisuhõõrdejõust, sest muidu võib jalg libisema hakata ning tagajärjed võivad kurvad olla.

Siiani ei ole me korralikult määratlenud toetuskeskme mõistet. Antud ülesande puhul piisaks kui ütelda, et toetuskese on selle piirkonna keskpunkt, kus maa ja jala vaheline rõhk on suurem, kui mujal (korrektsemalt saaks defineerida nii, et toetuskese on selline punkt, et kui sinna rakendada kõikide jõudude summaga võrdne jõud, siis tema moment on võrdne kõikide jõudude momentide summaga).

Rõhumisjõu võime lugeda rakendatuks toetuskeskmesse. Libedal käimise puhul on pikema sammu huvides kasulik, et siis kui ette sirutatud jalg on just maandunud, kandub kogu koormus kannale ning seega on toetuskese paar sentimeetrit kannast sissepoole. Analoogiselt, selleks ajaks kui kehast tahapoole jäänud jalg on veel viimaseid hetki kontaktis maapinnaga, peaks põhikoormus olema kantud varvaste juurde; seega siis peaks toetuskese olema paar sentimeetrit varvastest sissepoole. Antud ülesande puhul võime me olukorda veidi idealiseerida ja jätta need paar sentimeetrit arvestamata, seega siis lugeda et toetuskese on vastavalt kanna või varvaste otspunkti juures; niiviisi saame me sammu pikkuse jaoks küll õigest väärtusest veidi suurema tulemuse, kuid viga jääb ilmselt mõne sentimeetri piiresse.

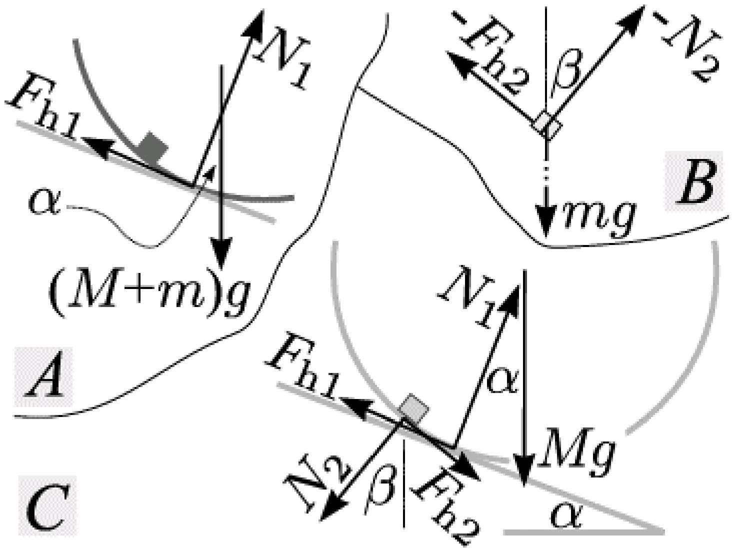
Niisiis peab minema jalatalla toetuskeskmest tõmmatud resultantjõu vektori pikendus läbi šarniirse kinnituspunkti (vaata joonist). Et $F_h = \mu N$, siis libisemise vältimiseks ette sirutatud jalaga ei tohi olla kanda ja kinnituspunkti ühendav sirge kaldu rohkem kui nurga $\arctan\mu$ võrra ning libisemise vältimiseks taha jäänud jalaga ei tohi tema varbaid ning kinnituspunkti ühendav sirge olla kaldu rohkem kui nurga $\arctan\mu$ võrra. Sellest järeldub, et kolmnurk, mida moodustavad kaks toetuskeset ja kinnituspunkt on võrdhaarne, sest alusnurgad on võrdsed. See võimaldab meil kergesti avaldada sammu pikkust $L$ ja $\alpha$ kaudu. Sammu pikkuse saamiseks tuleb lisada veel toetuskesete vahelise lõigu pikkus, mille võib idealiseeritult võtta võrdseks jalalaba pikkusega $d$.

Maksimaalselt pika sammu saame siis, kui taha jääv jalg toetub ainult varba otsaga, aga ette sirutatud jalg ainult kannaga. Seega

$s = d+2L\cdot\sin(\arctan\mu) = d+2L\mu\,/(1+\mu^2)^{0.5} \approx d+2L\mu = 0{,}4$ m.

Siinjuures jätsime me arvestamata, et taha jäetud jala varbad on kinnituspunktile pisi-natuke lähemal, kui $L$; sellest põhjustatud viga on tühiselt väike.

## 10. ülesanne




<u>Lahendus</u>:

Kui süsteem on paigal, siis ei tohi väike klots silindri sisepinnal libiseda. Kuivõrd klotsi mõõtmed on väikesed, siis võib klotsi lähikonnas ignoreerida silindri sisepinna kõverust ning vaadelda seda kui lihtsat kaldpinda. On üldteada, et maksimaalne kaldenurk, mille puhul klots kaldpinnal veel ei libise, on $\arctan\mu$. See on ka väga lihtsasti tuletatav, piisab kui vaadelda klotsile mõjuvate jõudude tasakaalu joonisel *B*. Niisiis on libisemise piirjuhtumil klotsi juurest tõmmatud silindri puutuja horisondi suhtes kaldu nurga $\beta = \arctan\mu$ võrra. Tasakaalu puhul peab olema silindrile mõjuvate jõumomentide summa null; need jõud on välja toodud joonisel *C*. Kirjutame selle tingimuse välja silindri telje suhtes (selle punkti jaoks on tingimus kõige lihtsamalt kirjutatav, sest nii raskusjõu kui ka mõlema toereaktsiooni õlad on nullid). Saame, et $F_{h1} = F_{h2}$. Klotsile mõjuvate jõudude projektsioonid silindri pinnale peavad andma summas nulli, seega joonise *B* põhjal $F_{h2} = mg\cdot\sin\beta$. Samuti peab olema null süsteemile "klots pluss silinder" kui tervikule mõjuvate jõudude summa projektsioon kaldpinnale (vt. joonis *A*), seega $F_{h1} = (M+m)\cdot g\cdot\sin\alpha$

Tehes asendused leiame, et $\sin\alpha = \mu\cdot\sin\beta/(M+\mu) = [m/(M+m)]\cdot[\mu/(1+\mu^2)^{0.5}]$

## 1. praktiline ülesanne

<u>Teooria</u>:

Joonlaud, mille ühe otsa peale on asetatud münt, tasakaalustatakse pliiatsil. Joonlaud on tasakaalus, kui seda päri- ja vastupäeva pööravad jõumomendid on suuruselt võrdsed. Jõumoment arvutatakse valemist $M = mgL$, kus $m$ on keha mass, $g$ vaba langemise kiirendus, $L$ jõuõlg [ **1 p.** ].

Tähistame $L_1$ joonlaua selle osa pikkuse, kus asub münt ja $L_2$ joonlaua teise osa pikkuse. Kummalegi poole toetuspunkti jääb osa joonlauast. Homogeense massijaotuse korral, võime joonlaua massi joontiheduse avaldada seosest $\rho = m/L$, kus $L = L_1+L_2$ [ **1 p.** ].

Sel juhul on joonlaua mass ühel pool toetuspunkti võrdne $m = \rho L_1$ ja teisel pool toetuspunkti $m = \rho L_2$. Jõumomentide seos saab kuju $m_1 gL_1+\rho L_1 gL_1/2 = \rho L_2 gL_2/2$, kus tähega $m_1$ on tähistatud mündi mass [ **1 p.** ].

Tuletatud seosest saame avaldada joonlaua joontiheduse

$\rho = (2m_1L_1)/[(L_2-L_1)\cdot(L_2+L_1)]$

ja sellest omakorda joonlaua massi $m = \rho L$.

Suhtelise vea valem: $E(x) = \Delta x/x$.

Summa (vahe) arvutamise viga: $E(x_1 \pm x_2) = (\Delta x_1+\Delta x_2)/(x_1 \pm x_2)$ .

Korrutise (jagatise) arvutamise viga: $E(x_1/x_2) = E(x_1\cdot x_2) = E(x_1)+E(x_2)$ [ **1 p.** ].

*Mõõtmised:*

Paigutame mündi joonlaua ühe otsa peale. Tasakaalustame mündiga joonlaua pliiatsil. Mõõdame joonlaua kaugused $L_1$ *ja* $L_2$ [ **1 p.** ].

*Arvutused:*

Arvutame eeltoodud valemite abil joonlaua joontiheduse ja massi. [ **1 p.** ].

*Mõõtmisvea hindamine*:

Arvutame massi suhtelise vea $E(m) = \Delta\rho/\rho+\Delta L/L$ [ **1 p.** ].

$\Delta L/L$ võime jätta arvestamata, kuna see on suhteliselt väike. Seega $E(m) = \Delta\rho/\rho$. Joontiheduse vea arvutamisel võime jätta arvestamata ka liikme $(L_2+L_1)$ vea, kuna ka see on väike võrreldes liikme $(L_2-L_1)$ veaga, seega

$\Delta\rho/\rho = \Delta L_1/L_1+(\Delta L_1+\Delta L_2)/(L_2-L_1)$ [ **1 p.** ].

# 2. praktiline ülesanne

*Teooria:*

Kehale mõjuvat raskusjõudu $F$ saab mõõta dünamomeetriga. Vedelikus mõjub kehale üleslükkejõud, mille valem on $F_u = \rho gV$, kus $\rho$ on vedeliku tihedus, $V$ keha poolt välja tõrjutud vedeliku ruumala, $g$ vaba langemise kiirendus [ **1 p.** ].

Vedelikus asetsev keha mõjub dünamomeetrile jõuga $F_1 = F-F_u = F-\rho gV$ [ **1 p.** ].

Vedelikku asetatud keha ruumala on võrdne keha poolt väljatõrjutud vedeliku ruumalaga. Keha ruumala on võrdne $V = Sh$, kus $S$ on anumas oleva vedeliku pinna pindala, $h$ on vedeliku nivoo kõrguse muutus anumas sinna asetatud keha mõjul [ **1 p.** ].

Suhtelise vea valem: $E(x) = \Delta x/x$.

Summa (vahe) arvutamise viga: $E(x_1 \pm x_2) = (\Delta x_1+\Delta x_2)/(x_1 \pm x_2)$ [ **1 p.** ].

Korrutise (jagatise) arvutamise viga: $E(x_1/x_2) = E(x_1 \cdot x_2) = E(x_1)+E(x_2)$ [ **1 p.** ].

*Mõõtmised*:

Mõõdame dünamomeetriga kehale mõjuva raskusjõu ja vedelikku asetatud kehale mõjuva jõu [ **1 p.** ]. Mõõdame keha ruumala mõõtes anuma ristlõikepindala ja vedeliku nivoo muutuse [ **1 p.** ].

*Arvutused*:

Arvutame keha ruumala [ **1 p.** ].

Arvutame valemist $F_1 = F-\rho gV$ vedeliku tiheduse $\rho = (F-F_1)/gV$ [ **1 p.** ].

*Mõõtevea hindamine*:

Vedeliku tiheduse suhteline viga $E(\rho) = E(F-F_1)+E(g)+E(S)+E(h)$.

Antud ülesande puhul võime arvestamata jätta $g$ ja $S$ vea, mis on teistest olulisemalt väiksemad.

Jõu vea hindamisel võiks võtta $\Delta F$ võrdseks 0.5 dünamomeetri vähima skaalajaotisega ja $\Delta h$ võrdseks joonlaua vähima jaotisega (1mm), sest siin segab täpsemat fikseerimist menisk ja erinevast klaasi märgamisest tingitud ebatäpsus. [ **1 p.** ].