

# Eesti koolinoorte 67. füüsikaolümpiaad

18. jaanuar 2020. a. Piirkondlik voor.

Gümnaasiumi ülesannete lahendused

## Eessõna

Allpool on toodud iga ülesande üks õige lahenduskäik (mõnel juhul ka enam). **Kõik alternatiivsed õiged lahenduskäigud tuleb hinnata samuti maksimumhindega.** Iga alternatiivse lahenduskäigu jaoks tuleb kontrollijatel koostada hindamisskeem, juhindudes võimalusel juuresoleva hindamisskeemi punktijagamisproportsioonist. Soovituslikud maha-arvamise punktid: numbriline arvutusviga — 0,5; viga teisendustes — 0,5 p. (märgi jms väiksem viga) või 1 p. (viga, mis viib dimensioonide konfliktini), maha arvata ainult üks kord, st edasikanduvat viga mitte karistada; kui vastus tuleb füüsikaliselt absurdne, siis võib täiendavalt karistada 0,5 punktiga; üksik viga lähtevalemis: 0,5 p. (kui märgiviga), kuni 50% (sisuline viga).

### 1. (SAUN) (6 p.) Autor: Richard Luhtaru.

Vee mass on  $m = \rho V$  ja seega vee soojendamiseks ja aurustumiseks kuluv soojushulk on

$$Q = c_v \rho V (T_k - T_0) + L \rho V, \quad [1 \text{ p.}]$$

kus  $T_k = 100^\circ\text{C}$  on keemistemperatuur ja  $T_0$  on vee algtemperatuur.

Kui kerise temperatuur väheneb  $\Delta T$  võrra ( $\Delta T$  on temperatuuri muutuse absoluutväärtus), siis kerise poolt antud soojushulk on

$$Q = c_k M \Delta T \quad [1 \text{ p.}]$$

Võrdustades seosed saame

$$\Delta T = \frac{\rho V (c_v (T_k - T_0) + L)}{c_k M} \quad [1 \text{ p.}]$$

Asendades sisse antud väärtused, saame

$$\Delta T_{(\text{külm})} \approx 7,65^\circ\text{C} \quad [1 \text{ p.}]$$

$$\Delta T_{(\text{kuum})} \approx 6,81 \text{ } ^\circ\text{C} \quad [1 \text{ p.}]$$

Kuna  $\frac{7,65-6,81}{6,81} \approx 0,12$  [0,5 p.] on suurem kui 10%, siis Juhanil ei ole õigus. [0,5 p.]

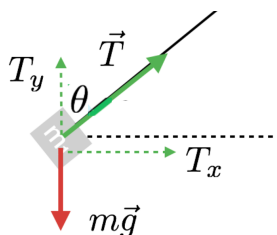
*Märkus.* Viimases reas lugeda õigeks ka lahendus, mis leiab  $\frac{7,65-6,81}{6,81}$  asemel  $\frac{7,65-6,81}{7,65}$  väärtuse või leiab, et  $\frac{7,65}{6,81} > 1,1$ .

**2. (KARUSSELL)** (8 p.) *Autor: Krister Kasemaa.*

Karuselli ketid on pinge all, olgu kettide pinge  $T$ . Pinget  $T$  saab jagada  $x$  ja  $y$  komponentideks: [1 p.]

$$T_x = T \cdot \sin \theta$$

$$T_y = T \cdot \cos \theta \quad [1 \text{ p.}]$$



Ketid on horisontaaltasandis ringliikumses, olgu selle joonkiirus  $v$ . Seega võrdub pinge horisontaalsunnaine projektsioon tsentrifugaaljõuga:

$$T_x = \frac{mv^2}{R_p} \quad [1 \text{ p.}]$$

kus  $m$  on Juku mass ja  $R_p = R + l \cdot \sin \theta$  on pöörlemisraadius. Vertikaalteljes on jõud tasakaalus:

$$T_y = mg \quad [1 \text{ p.}]$$

Asendades  $T_x$  ja  $T_y$  asemele  $T \cdot \sin \theta$  ja  $T \cdot \cos \theta$  ning  $R_p$ , saame võrrandisüsteemi:

$$T \cdot \sin \theta = \frac{mv^2}{R + l \cdot \sin \theta}$$

$$T \cdot \cos \theta = mg \quad [1 \text{ p.}]$$

Jagades esimese võrrandi teiseks

$$\tan \theta = \frac{mv^2}{g(R + l \cdot \sin \theta)}$$

avaldub lõbusõitja joonkiirus:

$$v = \sqrt{g \cdot \tan \theta \cdot (R + l \cdot \sin \theta)} \approx 14,1 \text{ m/s.} \quad [1 \text{ p.}]$$

Selleks et leida pöörete arvu minutis, leiame esmalt ühe pöörde aja, ehk perioodi  $T$ :

$$T = \frac{2\pi R_p}{v} = \frac{2\pi(R + l \cdot \sin \theta)}{v}. \quad [1 \text{ p.}]$$

Seega pöörete arv  $\Delta t = 60 \text{ s}$  jooksul on

$$N = \frac{\Delta t}{T} = \frac{\Delta t \cdot v}{2\pi(R + l \cdot \sin \theta)} \approx 11,5. \quad [1 \text{ p.}]$$

### 3. (HÜPPAV SILINDER) (8 p.) Autor: Päivo Simson.

*Lahendus 1.* Vaatleme kõigepealt silindri liikumist energiakadu arvestamata. Olgu silindri veest väljumise kõrgus  $x$ . Silindri potentsiaalne energia kasvab liikumise käigus

$$\Delta U_s = mg(h + x) \quad [1 \text{ p.}]$$

võrra. See muutus on võrdne üleslükkejõu tööga, mida saab arvutada kui tööd, mida tuleb teha silindri poolt välja tõrjutud vee tõstmiseks pinnale. Välja tõrjutava vee mass  $m_v = \pi r^2 h \rho_v$  ja selle massikesse asub sügavusel  $h/2$ . Üleslükkejõu töö on seega

$$A = m_v \frac{h}{2} = \pi r^2 h \rho_v \frac{h}{2}. \quad [4 \text{ p.}]$$

Võrdusest  $\Delta U_s = A$  saame

$$x = h \left( \frac{\pi r^2 \rho_v h}{2m} - 1 \right) \quad [2 \text{ p.}]$$

Et pool kineetilise energiast läheb veest väljumisel kaduma, siis on tegelik kõrgus  $H$  saadud väärtusest poole väiksem

$$H = \frac{x}{2} \approx 40,0 \text{ cm.} \quad [1 \text{ p.}]$$

*Lahendus 2.*

Olgu  $x$ -telg suunatud vertikaalselt üles ja nullpunkt asugu veepinnal. Vaatleme kõigepealt silindri alumise otsa liikumist vahemikus  $x = -h \dots 0$  ja leiame silindri kineetilise energia veest väljumise hetkel. Silindrile mõjub gravitatsioonijõud  $F_g = -mg$  ja üleslükkejõud  $F_{\ddot{u}}$ , mis kõrgusel  $x$  avaldub kujul  $F_{\ddot{u}} = g\rho_v V = -g\rho_v \pi r^2 x$ , [2 p.] kus  $V$  on silindri veealuse osa ruumala ( $x$ -koordinaat on vaadeldavas piirkonnas negatiivne). Näeme, et üleslükkejõud toimib analoogselt vedru elastsusjõuga  $F_e = -kx$ , mille potentsiaalne energia avaldub kujul  $U_e = \frac{1}{2}kx^2$ . Üleslükkejõule vastab antud juhul järelikult potentsiaalne energia  $U_{\ddot{u}} = \frac{1}{2}g\rho_v \pi r^2 x^2$ . Silindri koguenergia on seega

$$E = \frac{mv^2}{2} + mgx + \frac{1}{2}g\rho_v \pi r^2 x^2. \quad [2 \text{ p.}]$$

Kui  $x = -h$ , siis  $v = 0$  ja koguenergia väärtus on järelikult

$$E = \frac{1}{2}g\rho_v \pi r^2 h^2 - mgh. \quad [1 \text{ p.}]$$

Et pool sellest läheb teksti kohaselt kaduma, siis on pärast veest väljumist koguenergia väärtus  $E/2$  ja silindri kineetiline energia

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{1}{4}g\rho_v \pi r^2 h^2 - \frac{1}{2}mgh. \quad [1 \text{ p.}]$$

Edasi toimub silindri liikumine vastavalt kinemaatika valemitele  $x = v_0 t - gt^2/2$  ja  $v = v_0 - gt$ . Et trajektoori kõrgeimas punktis  $v = 0$ ,

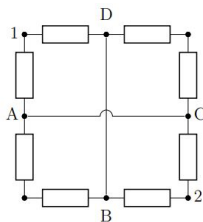
siis saame teisest kinemaatika võrrandist  $t_{max} = v_0/g$ , mis vastab hetkele, mil silinder on maksimaalsel kõrgusel. Maksimaalne kõrgus on järelikult

$$H = v_0 t_{max} - g t_{max}^2 / 2 = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{h}{2} \left( \frac{\pi r^2 \rho_v h}{2m} - 1 \right) \approx 40,0 \text{ cm.} \quad [2 \text{ p.}]$$

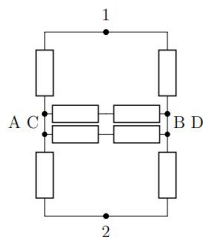
**4. (ELEKTRIRUUT)** (8 p.) Autor: Sandra Schumann.

Tähistame joonisel punktid A, B, C ja D. Paneme tähele, et kuna A ja C on ühendatud omavahel juhtmega, mille takistuse võime lugeda nulliks, siis  $A = C$  [1 p.]. Samal põhjusel  $B = D$  [1 p.]. Nüüd võime skeemi ümber joonistada nii, nagu näidatud joonisel 2. [2 p.]

Sümmeetria tõttu ei läbi punktide A, C ja B, D vahelist silda kunagi vool [2 p.], seega lihtsustub skeem kujule, kus on vaid neli ülejäänud takistit [1 p.], mille kogutakistuseks tuleb  $\frac{2R}{2} = R$  [1 p.]

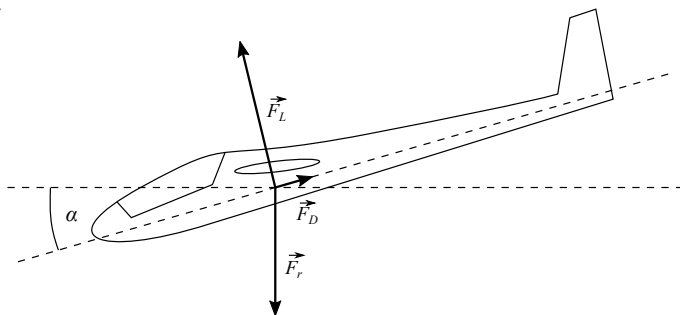


Joonis 1: Algne konfiguratsioon.



Joonis 2: Ekvivalentne konfiguratsioon.

**5. (PURILENNUK)** (8 p.) Autor: Andreas Valdmann.



Vaatleme purilennukile mõjuvaid jõude pukseerimise ajal ja vabal liuglemisel. Pukseerimise ajal mõjuvad purilennukile horisontaalselt pukseerimise tõmbejõud  $T$  ning õhutakistus  $F_D$  ja vertikaalselt raskusjõud  $F_r = mg$  ning aerodünaamiline tõstejõud  $F_L$ . Ühtlase kiirusega lendamisel on purilennukile mõjuvate jõudude (vektoriaalne) summa 0, millest

$F_D = T$  ja  $F_L = mg$ . Seega on purilennuki aerodünaamilisi omadusi iseloomustav suhe antud juhul avaldatav kui

$$\frac{F_L}{F_D} = \frac{mg}{T}. \quad (1)$$

Vabal liuglemisel moodustab lennuki kiirusvektor horisontaalsihi suhtes nurga  $\alpha$  ja antud olukorras lennukile mõjuvad jõud on kujutatud joonisel.

Kuna lennuki kiirus on ka sel juhul ühtlane, siis peab jällegi kehtima jõudude tasakaal ehk kõigi kolme jõu vektoriaalne summa on 0. Jõudude horisontaalkomponentide tasakaalust saame  $F_L \sin(\alpha) = F_D \cos(\alpha)$ , millest:

$$\frac{F_D}{F_L} = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \tan(\alpha). \quad (2)$$

Märkus: jõudude  $F_L$  ja  $F_D$  absoluutväärtused on pukseerimisel ja liuglemisel mõnevõrra erinevad, kuid nende suhe  $F_D/F_L$  on mõlemal juhul sama. Viimaks paneme tähele, et kuna purilennuki kiirusvektor moodustab horisontaalsihiga nurga  $\alpha$ , siis saame maksimaalse lennukauguse  $s$  leida täisnurksest kolmnurgast kaatetitega  $s$  ja  $h$  ning alusnurgaga  $\alpha$  ehk  $h/s = \tan \alpha$ . Eelnevalt leitud seoseid kasutades saame

$$s = \frac{h}{\tan(\alpha)} = \frac{hF_L}{F_D} = \frac{hmg}{T}, \quad (3)$$

mille arvvärtus on  $s = 82$  km.

## Hindamisskeem

Pukseerimisel:

Horisontaalsete jõudude tasakaal  $F_D = T$  [1 p.]

Vertikaalsete jõudude tasakaal  $F_L = mg$  [1 p.]

Suhte  $\frac{F_L}{F_D} = \frac{mg}{T}$  avaldamine (punktid anda ka sel juhul kui suhet pole siin valemina kirjutatud, kuid on hiljem õigesti kasutatud) [0.5 p.]

Liuglemisel:

Lennukile mõjuvad kolm jõudu:  $F_L$ ,  $F_D$  ja  $F_r = mg$  [0.5 p.]

$F_D$  on horisontaali suhtes nurga all [0.5 p.]

$F_L$  on vertikaali suhtes nurga all [0.5 p.]

Horisontaalsete jõudude tasakaal  $F_L \sin(\alpha) = F_D \cos(\alpha)$  [1 p.]

Tähelepanek, et  $h/s = \tan(\alpha)$  või  $h/s = F_D/F_L$  [1 p.]

Lennukauguse  $s$  õige avaldamine algandmete kaudu [1 p.]

Lennukauguse arväärtuse leidmine [1 p.]

**6. (KELL)** (10 p.) Autor: Kaur Aare Saar.

**Lahendus 1:** Kuna osutid liiguvad konstantse nurkkiirusega, siis aja käigus muutub vaid osutite potentsiaalne energia. Osutite potentsiaalse energia summa on:

$$E_p = \frac{m_1 g L_1}{2} \cos\left(\frac{2\pi t}{T_1}\right) + \frac{m_2 g L_2}{2} \cos\left(\frac{2\pi t}{T_2}\right),$$

kus  $t$  on aeg, mis on möödunud keskpäevast,  $T_1 = 1$  h ja  $T_2 = 12$  h. Seega ajahetkel  $t$  läheb osutite liigutamiseks vaja võimsust vähemalt

$$P(t) = \frac{dE_p}{dt} = \max\left(0, \frac{-\pi m_1 g L_1}{T_1} \sin\left(\frac{2\pi t}{T_1}\right)\right) + \\ + \max\left(0, \frac{-\pi m_2 g L_2}{T_2} \sin\left(\frac{2\pi t}{T_2}\right)\right)$$

Vooluallikas suudab seiereid liigutada võimsusega  $P = \eta VI = 1,5$  mW  
Kuna kõige rohkem võimsust läheb iga tunnises vahemikus vaja siis, kui täistunnist on möödas umbes 45 min, siis leiame võimsused hetkedel  $t = 6.75, 7.75, \dots$  h. Saame

$$P\left(6\frac{45}{60}\text{h}\right) = 0,88 \text{ mW}$$

$$P\left(7\frac{45}{60}\text{h}\right) = 1,40 \text{ mW}$$

$$P\left(8\frac{45}{60}\text{h}\right) = 1,66 \text{ mW}$$

Näeme, et kell 8:45 ei oleks enam vooluallikal jõudu osuteid liigutada. Leiame nüüd proovimise teel (näiteks binaarotsinguga) aja, millal kell

jääb seisma.

$$P\left(8\frac{30}{60}\text{h}\right) = 1,24 \text{ mW}$$

$$P\left(8\frac{37}{60}\text{h}\right) = 1,51 \text{ mW}$$

$$P\left(8\frac{36}{60}\text{h}\right) = 1,48 \text{ mW}$$

**Lahendus 2:** Kuna ainus jõud mille vastu tööd tehakse on gravitatsioonijõud, siis leiame osutite masskeskme kiiruse vertikaalkomponendid. Minutiosuti jaoks on see

$$v_{1y} = \omega_1 \frac{L_1}{2} \sin \omega_1 t = \frac{-2\pi}{T_1} \frac{L_1}{2} \sin \left( \frac{2\pi t}{T_1} \right)$$

ja tunniosuti jaoks

$$v_{2y} = \omega_1 \frac{L_2}{2} \sin \omega_1 t = \frac{-2\pi}{T_2} \frac{L_2}{2} \sin \left( \frac{2\pi t}{T_2} \right),$$

kus  $T_1$ ,  $T_2$  ja  $t$  on defineeritud nagu eelmises lahenduses. Vajaminev võimsus on minutiosuti jaoks järelilikult

$$P_1 = F_1 \cdot v_1 = \max(0, m_1 g v_{1y}) = \max \left( 0, \frac{-\pi m_1 g L_1}{T_1} \sin \left( \frac{2\pi t}{T_1} \right) \right)$$

ja tunniosuti jaoks

$$P_2 = F_2 \cdot v_2 = \max(0, m_2 g v_{2y}) = \max \left( 0, \frac{-\pi m_2 g L_2}{T_2} \sin \left( \frac{2\pi t}{T_2} \right) \right).$$

Lõpetame lahenduse samamoodi nagu lahenduses 1.

**Vastus:** Kell jääb seisma 8:36.

**Hindamisskeem:**

- Leitud vooluallika poolt antav kasulik võimsus: [1 p.]
- Leitud seierite nurkliikumiskiirused: [2 p.]
- Leitud vajamineva võimsuse sõlutuvus ajast: [5 p.]  
kui lahendati nagu lahenduses 1, siis sealhulgas:



- Leitud potentsiaalse energia sõltuvus ajast: (3 p.)  
**või** kui lahendati nagu lahenduses 2, siis sealhulgas:
- Leitud seierite masskeskme kiiruse vertikaalkomponendi sõltuvus ajast: (3 p.)
- Leitud aeg, millal kell jääb seisma: [2 p.]

### 7. (JÄLLE SAUNA!) (10 p.) Autor: Jaan Kalda.

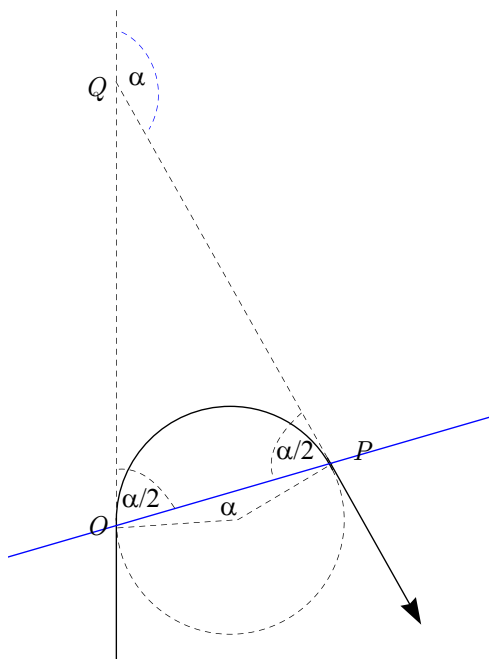
Vesi keeb 100 kraadi juures ja tekkinud veeaur kaotab hea soojusliku kontakti kerisekividega ning seetõttu ei jõua oluliselt üle 100 kraadi kuumeneda. [2 p.] Niisiis võime eeldada, et  $\nu_a = p_0 V / RT_a \approx 341$  mooli õhku [1 p.] temperatuuril  $T_a$  seguneb  $\nu_w = m / \mu_w \approx 11$  mooli veeauruga [1 p.] temperatuuril  $T_a + \Delta T$ , kus  $\Delta T = 20^\circ\text{C}$  [1 p.]. Seega saame soojusbalansi kirja panna kujul  $c_{pw}\nu_w(\Delta T - \delta T) = c_{pa}\nu_a\delta T$  [2 p.], kus  $\delta T$  tähistab õhutemperatuuri muutu ja  $c_{pa} = c_a + R$  [1 p.] ning  $c_{pw} = c_w + R$  [1 p.] tähistavad õhu ja veeauru molaarseid erisoojusi konstantsel rõhul. (Kasutada tuleb erisoojust konstantsel rõhul, sest kogu protsess toimub konstantse atmosfäärirõhu juures — üleliigne õhk pääseb välja; kes kasutab  $c_a$ -d ja  $c_w$ -d jääb neist kahest punktist ilma.) Siit saame  $\delta T = c_{pw}\nu_w\Delta / (c_{pw}\nu_w + c_{pa}\nu_a) \approx 0,3^\circ\text{C}$  [1 p.]. Nagu näeme on temperatuuri muutus üsna väike, subjektiivselt hakkab palavam õhuniiskuse tõusu tõttu. Pikemas ajaskaalas leil jahutab kerisekive, mis ei kuumuta enam õhku endise võimsusega ja temperatuur võib hoopis langema hakata.

### 8. (DIOODID) (10 p.) Autor: Jaan Kalda.

Lahendus: Kuivõrd dioodid on ühendatud paralleelselt, siis nende pinged on võrdsed [2 p.]. Ilmselt kõige lihtsam moodus on katse-eksituse meetodil sellise pinge  $V_0$  leidmine, mille korral dioodide voolude summa on võrdne  $I_0$ -ga,  $I_1(V_0) + I_2(V_0) = I_0$  [2 p.]. Otsime lahendit piirkonnas, kus keskmine vool on pool vooluallika voolust, st 1.35 amprit [1 p.]; seal piirkonnas on pinge umbes  $V_0 \approx 3,6\text{ V}$  [1 p.] ja fikseeritud pinge  $V_0$  juures on kahe voolutugevuse vahe  $\Delta I = 0,20\text{ A}$  [1 p.]. Seega  $I_1 = 1,25\text{ A}$  [[0.5 p.] väärtuse eest, mis on vahemikus 1,22 A kuni 1,28 A ja rahuldab tingimust  $I_1(V_0) + I_2(V_0) = 2,7\text{ A}$ ] ning  $I_2 = 1,45\text{ A}$  [[0.5 p.] väärtuse eest, mis on vahemikus 1,42 A kuni 1,48 A ja rahuldab tingimust  $I_1(V_0) + I_2(V_0) = 2,7\text{ A}$ ]. (Kui voolude väärtused on etteantud vahemikus,

kuid summa erineb 2.7 amprist, siis arväärtuste eest punkte ei saa.) Kuivõrd diodide pinged on samad, siis võimsuste suhe on voolude suhe, st võimsuste suhteline erinevus on  $2\Delta I/I_0 \approx 15\%$  ([1 p.] avaldise ja [1 p.] väärtuse eest; kui lõppvastus on vahemikus 13% kuni 18%, siis antakse väärtuse eest täispunktid; kui lõppvastus on väiksem 10%-st või suurem 22%-st, siis arväärtuse punkte ei anta; ülejäänud juhtumeil antakse 0.5 punkti). Märkus: aktsepteeritavad on kõik lähenemised, mis jõuavad õige tulemuseni  $I_1$  ja  $I_2$  jaoks tuginedes lahenduse alguses toodud kahele tingimusele pingete ja voolude jaoks.

**9. (LAENGUD MAGNETVÄLJAS)** (12 p.) Autor: Jaan Kalda.



Lahendus. Sisenev osake punktis  $O$  ja väljugu punktis  $P$ , kusjuures punkte  $O$  ja  $P$  ühendab ringjoone kaar — osakese trajektor magnetväljas. Lõikugu osakese trajektoori sirgjooneliste lõikude pikendused punktis  $Q$ , vt joonis. Ülesande tingimuse kohaselt on nurk sirgete  $OQ$  ja  $QP$  vahel  $\alpha$ . Et kolmnurk  $OQP$  on sümmeetria tõttu võrdhaarne, siis  $\angle OQP = \alpha/2$  [3 p.]. Seega peab punkt  $P$  asuma sõltumata ringjoone raadiusest sirgel  $OP$ , mis on  $y$ -telje suhtes nurga  $\alpha/2$  all [2 p.], st

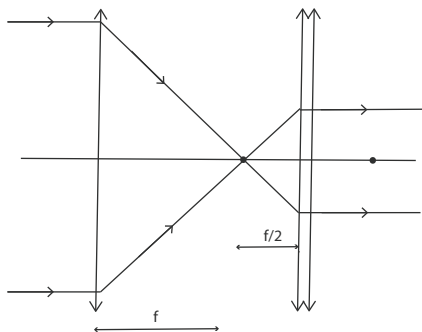
$f(x) = x \cot(\alpha/2)$  [1 p.]. Punktid joonise eest: on näidatud vähemalt üks trajektoor, millel on kaks sirgjoonelist segmenti, mis on üksteise suhtes nurga  $\alpha$  all — trajektoori osad enne ja pärast magneväljas viibimist — [2 p.] (kui joonis käsitleb vaid erijuhtu  $\alpha = 180^\circ$ , siis ainult [1 p.]); neid segmente ühendab ringjoone kaare kujuline segment — [2 p.]; üleminek sirgjooneliselt trajektooriga ringjooneliseks ja vastupidi on ilma murdekohata (st sirge on ringjoone puutujaks) — [2 p.].

### 10. (TELESKOOP) (12 p.) Autor: Eero Uustalu.

Kui koostaksime teleskoobi vaid kahest komponendist siis nurksuurenduse saamiseks peame eelkõige tekitama olukorra kus optiliste komponentide fookuskaugused on erinevad. Kõrvuti asetatud õhukeste läätsede optilised tugevused liituvad. Kahe läätse liitmisel saame seega läätse fookuskaugusega  $\frac{f}{2}$  ja kui asetaksime kolm läätse kõrvuti siis ühendläätse fookuskauguseks kujuneks  $\frac{f}{3}$

#### Variant 1

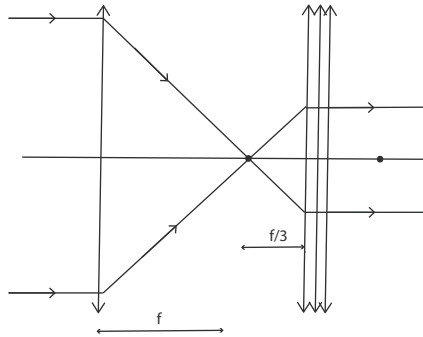
Teleskoop mis koosneks siis ühest üksikust läätsest ja ühest kaheläätselisest komponendist annaks suurenduse 2 korda.



Hindamine: maksimaalselt [2 p.] liitläätsede idee (0,5 p.) korrektne joonis (1 p.) vastus (0,5 p.)

#### Variant 2

Teleskoop mis oleks koostatud ühest üksikust läätsest ja ühest kolmeläätselisest komponendist annaks suurenduse 3 korda.



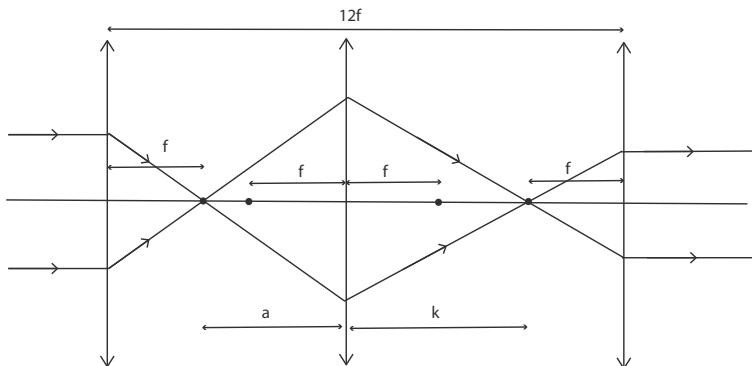
*Hindamine:* **maksimaalselt** [3 p.] kolmikläätsse idee (1 p.) korrektnete joonis (1 p.) vastus (1 p.)

*Variant 3*

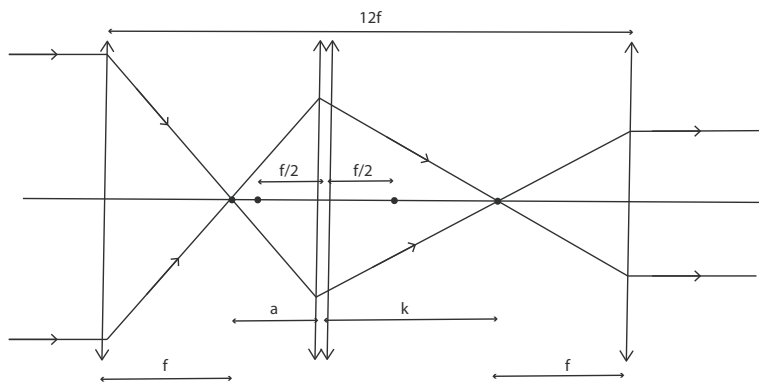
**Suurema suurenduse saaks aga hoopis kolmekomponendilise või neljakomponendilise skeemiga.**

Vaatleme kahte skeemi:

**kolm lihtläätsse järjest**



**lihtlääts - kaheläätseline liitlääts - lihtlääts**



Nimelt hakkab keskmine lääts sellise skeemi korral käituma justkui kaks kõrvutiasetatud läätsse fookuskaugustega vastavalt  $a$  ja  $k$ .

Süsteemi kogusuurenduseks tuleks sel juhul

$$\beta_{kogu} = \beta_1 \cdot \beta_2 = \frac{f}{a} \cdot \frac{k}{f} = \frac{k}{a}$$

Näeme et parima tulemuse saame kui  $a$  oleks võimalikult väike ja  $k$  oleks võimalikult suur.

Üheläätselise keskläätsse puhul ei saa  $a$  olla väiksem kui  $f$  (on sellest natukene suurem).

Kaheläätselise keskläätsse puhul ei saa aga  $a$  olla väiksem kui  $\frac{f}{2}$  (on sellest natukene suurem).

Samas aga  $k$  väärtust piirab vaid süsteemi kogupikkusest tulenev piirang. See on aga mõlema süsteemi jaoks ühesugune (tõsi, kaheläätselise keskkomponendi puhul on sama üldpikkuse korral  $k \frac{f}{2}$  võrra pikem) ning tulenevalt suurenduse valemist annab suurima suurenduse just kaheläätselise keskkomponendiga süsteem!

**Seega** asetame üksikläätsed toru otstesse ja topeltläätsesse esiläätssele võimalikult lähedale nii, et esimese läätsse fookuse kujutis tekiks kaksikläätsse abil tagumise läätsse fookusesse. Kaheläätselise keskelemendiga süsteemi jaoks saame seosed

$$12f = f + a + k + f \text{ ehk } 10f = a + k \text{ ehk } k = 10f - a$$

ja

$$\frac{2}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{k}$$

asendame esimese teise

$$\frac{2}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{10f-a}$$

viime ühisele nimetajale, ristkorrutis, jagame miinus kahega, saame ruutvõrrandi

$$a^2 - 10fa + 5f^2 = 0$$

mille lahendiks on  $a = (5 \pm \sqrt{20})f$  kust  $a = 0.52786f$  ja  $k = 9.47213f$ .

Maksimaalseks suurenduseks tuleb seega  $\beta_{kogu} = 17.944 \approx 18$ .

*Hindamine:*

**Maksimaalselt** [12 p.] Kui on saadud õige suurendus 18x ja on korrektne joonis, osad eraldi:

liitläätsede idee [1.5 p.]

skeem üksiklääts-liitlääts-üksiklääts [1.5 p.]

idee liitläätselisest kui kahest läätselise fookuskaugustega  $a$  ja  $k$  [1.5 p.]

korrektne kogusuurenduse valem [1 p.]

korrektne joonis [3 p.]

võrrandisüsteem ja lahendus [2 p.]

korrektne vastus [1,5 p.]

*Variant 4*

**Kui kolmekomponendilises süsteemis kasutati siiski vaid ühe-läätselist keskelementi saame seosed:**

$$12f = f + a + k + f \text{ ehk } 10f = a + k \text{ ehk } k = 10f - a$$

ja

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{k}$$

asendame esimese teise

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{10f-a}$$

viime ühisele nimetajale, ristkorrutis, saame ruutvõrrandi

$$a^2 - 10fa + 10f^2 = 0$$

mille lahendiks on  $a = (5 \pm \sqrt{15})f$  kust  $a = 1.12702f$  ja  $k = 8.87298f$ .

Maksimaalseks suurenduseks tuleb seega  $\beta_{kogu} = 7.872 \approx 8$ .

*Hindamine:*

**maksimaalselt** [8 p.] Kui on saadud õige suurendus  $8x$  ja on korrektne joonis, osad eraldi:

skeem kolm üksikläätsse [1 p.]

idee liitläätses kui kahest läätses fookuskaugustega  $a$  ja  $k$  [1 p.]

korrektne kogusuurenduse valem [1 p.]

korrektne joonis [2 p.]

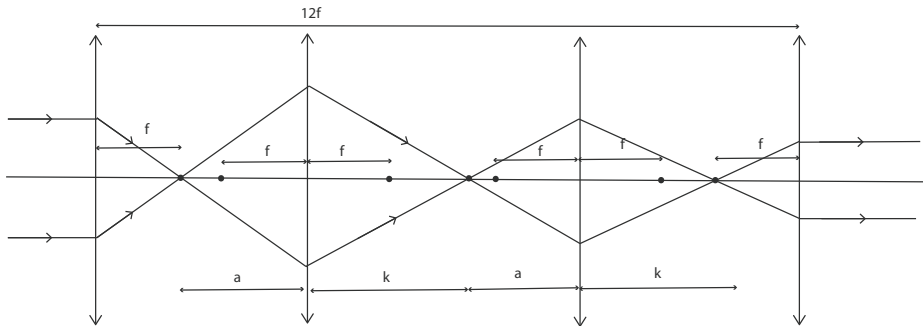
võrrandisüsteem ja lahendus [2 p.]

korrektne vastus [1 p.]

*Variant 5*

**Üks variantidest on ka nelja läätsesga süsteem:**

Puudusesks on nagu ka kolmest lihtläätses süsteemi korral sama suurenduse saamiseks vajalik suurem üldpikkus.



$$12f = f + a + k + a + f \text{ ehk } 5f = a + k \text{ ehk } k = 5f - a$$

ja

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{k}$$

asendame esimese teise

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{5f - a}$$

viime ühisele nimetajale, ristkorrutis, saame ruutvõrrandi

$$a^2 - 5fa + 5f^2 = 0$$

mille lahendiks on  $a = (2.5 \pm \sqrt{1,25})f$  kust  $a = 1.38197f$  ja  $k = 3.61803f$

Maksimaalseks suurenduseks tuleb seekord aga

$$\beta_{kogu} = \beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \beta_3 = \frac{f}{a} \cdot \frac{k}{a} \cdot \frac{k}{f} = \left(\frac{k}{a}\right)^2 = 2.618^2 = 6.854 \approx 7.$$

*Hindamine:*

**Maksimaalselt** [7.5 p.] Kui on saadud õige suurendus 7x ja on korrektne joonis, osad eraldi:

skeem nelja üksikläätsesga [0.5 p.]

idee liitläätsesest kui kahest läätsesest fookuskaugustega  $a$  ja  $k$  [1 p.]

korrektne kogusuurenduse valem [1 p.]

korrektne joonis [2 p.]

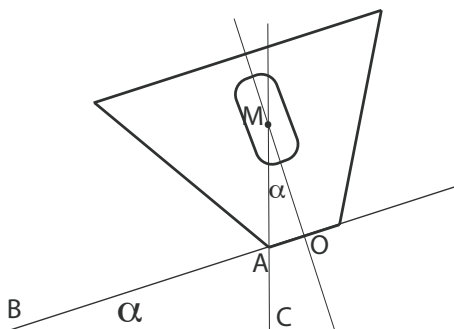
võrrandisüsteem ja lahendus [2 p.]

korrektne vastus [1 p.]

**E1.** (MASSKESE) (10 p.) Autor: EFO žürii.

Kasutame paberilehte kaldpinnana ning leiame, millise nurga korral kukub tops ümber. Selleks, et tops ei hakkaks paberil libisema, tuleb paberi serv murda tagasi nii, et kohvitops jääb paberi serva taha pidama. Selleks, et paber ei painduks läbi, saab kasutada mitmekordset paberilehte.

Kohvitops tuleb asetada paberilehele nii, et tassi sang asetseks külje peal, siis jääb masskese kaldpinna suhtes tassi keskele.





Kolmnurgast  $\triangle ABC$  saame avaldada

$$\tan \alpha = \frac{AC}{BC}$$

Kolmnurgast  $\triangle AMO$  saame leida masskeskme  $M$  kõrguse kohvitopsi põhjast  $MO$ .

$$\tan \alpha = \frac{AO}{MO} \quad \Rightarrow \quad MO = \frac{AO \cdot BC}{AC}$$

Möödame pikkused  $AO$ ,  $AC$  ja  $BC$  ning arvutame välja masskeskme kõrguse lauapinnast.

### *Hindamisjuhend*

Kohvitopsi kallutamine mitmekordsel paberil nii, et kohvitops ei hakka libisema (idee) - [3 p.]

Kohvitopsi õige asend paberil - [1 p.]

Korrektset mõõtmised - [1 p.]

Masskeskme kõrguse arvutused - [3 p.]

Kordusmõõtmised - [1 p.]

tulemus täpsusega  $\pm 10\%$  [1 p.]

### *Kangimeetod*

Leides topsi masskeset laua serval tasakaalu punkti leidmisega saab maksimaalselt 5 punkti.

Põhjendus, et kang (tops) jääb tasakaalu, kui tema masskese asub toetuspunktis - [2 p.]

Katse teostamisel on arvestatud, et topsi sang mõjutab tulemust ning on mõõdetud nii, et sang võimalikult vähe mõjutaks (sang asub mõõtmise ajal üleval) - [1 p.]

Korrektset mõõtmised - [1 p.]

Kordusmõõtmised - [1 p.]

**E2.** (TASKULAMBIPIRNI TÖÖTEMPERATUUR) (12 p.) Autor: EFO Žürii.

Taskulambipirni hõõgniidi takistus sõltub temperatuurist. Teades toatemperatuuri, hõõgniidi takistust toatemperatuuril ja hõõgniidi aine eritakistuse temperatuurikoefitsienti on võimalik arvutada põleva taskulambipirni hõõgniidi temperatuur. [2 p.]

Tähistame: toatemperatuur -  $t_1$ , põleva lambi hõõgniidi temperatuur -  $t_2$ , hõõgniidi takistus toatemperatuuril  $R_1$ , põleva lambi hõõgniidi takistus  $R_2$ .

Lambi hõõgniidi takistus toatemperatuuril on

$$R_1 = \rho_0 (1 + \alpha t_1) l/S \quad [0.5 \text{ p.}]$$

Põleva lambi hõõgniidi takistus on

$$R_2 = \rho_0 (1 + \alpha t_2) l/S \quad [0.5 \text{ p.}]$$

avaldame temperatuuri  $t_2$ :

$$R_2/R_1 = \frac{1 + \alpha t_2}{1 + \alpha t_1} \quad [1 \text{ p.}]$$

$$t_2 = \frac{R_2 + R_2 \alpha t_1 - R_1}{R_1 \alpha} \quad [1 \text{ p.}]$$

Mõõtmised:

1. Valime oommeetri sobiva mõõtepiirkonna ja mõõdame toatemperatuuril oleva taskulambipirni takistuse  $R_1$  [1 p.]
2. Ühendame taskulambipirni patareiga, valime voltmeetri sobiva mõõtepiirkonna ja mõõdame pinget taskulambipirni klemmidel. [1 p.]
3. Ühendame patareiga jadamisi taskulambipirni ja ampermeetri, valime ampermeetri sobiva piirkonna ja mõõdame voolutugevuse hõõgniidis. [1 p.]

Arvutused:

1. Arvutame põleva lambi hõõgniidi takistuse valemi  $R_2 = U/I$  abil. [1 p.]

2. Arvutame põleva lambi hõõgniidi temperatuuri. [1 p.]

Kordusmõõtmised [1 p.]

Sõltuvalt taskulambipirnist on hõõgniidi töötemperatuur vahemikus 1400 °C - 1800 °C [1 p.]