

Eesti koolinoorte 63. füüsikaolümpiaad

27. veebruar 2016. a. Piirkondlik voor.

Gümnaasiumi ülesannete lahendused

Eessõna

Allpool on toodud iga ülesande üks õige lahenduskäik (mõnel juhul ka enam). Kõik alternatiivsed õiged lahenduskäigud tuleb hinnata samuti maksimumhindegaga. Iga alternatiivse lahenduskäigu jaoks tuleb kontrollijatel koostada hindamisskeem, juhindudes võimalusel juuresoleva hindamisskeemi punktijagamisproportsioonist. Soovituslikud maha-arvamise punktid: numbriline arvutusviga — 0,5; viga teisendustes — 0,5 p. (märgi jms väiksem viga) või 1 p. (viga, mis viib dimensioonide konfliktini), maha arvata ainult üks kord, st edasikanduvat viga mitte karistada; kui vastus tuleb füüsikaliselt absurdne, siis võib täiendavalt karistada 0,5 punktiga; üksik viga lähtevalemis: 0,5 p. (kui märgiviga), kuni 50% (sisuline viga).

1. (VOLTMEETER) (6 p.) Autor: Erkki Tempel.

Jooniselt näeme, et äärmised takistid on lühistatud, mistõttu need mõõteriistade näitu ei mõjuta [1 p.]. Ampermeeter on jadamisi kahe takistiga, mistõttu on ampermeetriga harus kogutakistus $2R$ [1 p.]. Seega on kogupinge selles harus võrdne patarei pingega

$$U = I \cdot 2R. \quad [1 \text{ p.}]$$

Asendades ampermeetri voltmeetriga, näitab voltmeeter patarei pinget, kuna tegemist on ideaalse voltmeetriga, mille takistus on lõpmatu. Sellest tulenevalt voltmeetriga haru vool ei läbi ja temaga jadamisi ühendatud takistid voltmeetri näitu ei mõjuta [2 p.].

$$U_{\text{voltmeeter}} = 2RI. \quad [1 \text{ p.}]$$

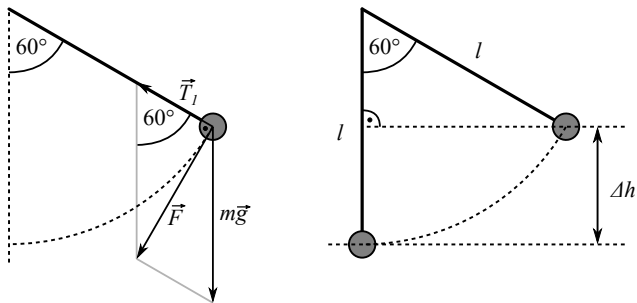
2. (*PIDURDUS*) (8 p.) Autor: Mihkel Rähn.

a) Kuna autod pidurdavad maksimaalselt, siis on nende aeglustused võrdsed ning pidurdamise teepikkused on sama pikad [1 p.]. Seega kui tagumise auto nina on pidurite rakendumisel samas kohas, kus eesmise auto saba oli piduritulede süttides, siis sellel piirjuhul veel otsasõitu ei toimu [1 p.]. Leiame vahemaa, millal see täpselt nii on: $s = vt = 50 \text{ km/h} \cdot 1,5 \text{ s} = 20,8 \text{ m}$ [1 p.].

b) Vaatleme liikumist taustsüsteemis, mis liigub kiirusega v autodega samas suunas. Selles taustsüsteemis on autode esialgne kiirus null ja esimese auto pidurdamisel hakkab ta selle taustsüsteemi suhtes ühtlaselt kiirenema kiirendusega, mis on leitav seosest $F = ma$, kus $F = \mu mg$, seega $a = \mu g$. [1 p.]. Esmalt tuleb kindlaks teha, kas kokkupõrge leiab aset enne või pärast tagumise auto pidurite rakendumist [1 p.]. Kui kokkupõrge toimuks enne tagumise auto pidurdama hakkamist, siis kehtiks kokkupõrke ajal $l = at^2/2$, millest $t = \sqrt{2l/ug} = 1,0 \text{ s}$ [2 p.]. Kuna see on väiksem kui 1,5 sekundit, siis toimub autode kokkupõrge enne teise auto pidurite rakendumist autodevahelise kiirusega $dv = at = 36 \text{ km/h}$ [1 p.].

3. (*PENDEL*) (8 p.) Autor: Andreas Valdmann.

Olgu pendli pikkus l ja koormise mass m . Amplituudiasendis (joonisel vasakul) on pendel paigal ja koormisele mõjuvad raskusjõud $m\vec{g}$ ning nööri pinge \vec{T} . Nende jõudude summa \vec{F} on suunatud piki koormise trajektoori ehk on risti nööriga [1 p.] (resultantjõul \vec{F} ei saa olla piki nööri suunatud komponenti, sest vastasel korral peaks koormise kiirendamisel nöör pikenema või lühenema). Täisnurksest kolmnurgast leiame, et amplituudiasendis on pinge nööris $T_1 = mg \cos(60^\circ) = mg/2$ [1 p.]. Amplituudiasendist eemaldumisel toimub kaks muutust: nurk α väheneb ja koormisele hakkab mõjuma kesktõmbekiirendus, mis on nööri pingega vastassuunaline. Kuna mõlemad muutused suurendavad pinget nööris, siis on pinge vähim just amplituudiasendis [1 p.].



Eelnevale argumendile toetudes on pinge nõoris suurim pendli tasakaaluasendis [**1 p.**]: $T_2 = m(g + a)$, kus $a = v^2/l$ [**1 p.**] on koormisele mõjuv kesktõmbekiirendus ja v koormise kiirus. Kiiruse v leidmiseks kasutame energia jäävuse seadust, mille kohaselt on koormise potentsiaalse energia muut tasakaaluasendi ja amplituudiasendi vahel võrdne kineetilise energiaga tasakaaluasendis: $mg\Delta h = mv^2/2$ [**1 p.**]. Parempoolselt jooniselt näeme, et kõrguste erinevus $\Delta h = l[1 - \cos(60^\circ)] = l/2$. Seega $a = 2g\Delta h/l = g$ ja $T_2 = 2mg$ [**1,5 p.**]. Niisiis erinevad suurim ja vähim pinge nõoris $T_2/T_1 = 4$ korda [**0,5 p.**].

4. (PIIRITUSETEHAS) (8 p.) Lahenduse autor: Andres Põldaru.

Murdumiseaduse järgi kehtib valguse murdumisel

$$n_0 \sin(\alpha_0) = n_1 \sin(\alpha_1), \quad [\mathbf{2 p.}]$$

kus n_0 ja n_1 on vastavalt esimese ja teise keskkonna murdumisnäitajad ning α_0 ja α_1 on vastavalt langemis- ja murdumisnurk. Seda valemit saab iteratiivselt jätkata järgmise murdumise jaoks kolmanda keskkonna piiril, kui keskkonnad on paralleelsete kihtidena:

$$n_0 \sin(\alpha_0) = n_1 \sin(\alpha_1) = n_2 \sin(\alpha_2) = \dots$$

Selle abil näeme, et kehtib $\sin(\alpha_j) = \frac{n_0}{n_j} \sin(\alpha_0)$. See tähendab seda, et kiire murdumisnurk sõltub ainult hetke keskkonna murdumisnäitajast ja mitte sellest, kas ja kui mitu erinevat kihti varasemalt on läbitud. Seetõttu saame ignoreerida kanalit ümbritsevat klaasist või muust materjalist kihti arvutamaks kiire nurka kanalis. Samuti kuna ainult piirituse ja vee segu murdumisnäitaja muutub, siis ainult kanalis on kiirte liikumismurkad erinevad. Mujal on kiire liikumine täpselt sama, ainult peale segu läbimist on kiir nihutatud, kui segu murdumisnäitajat muuta [**1 p.**].

Segus kehtib:

$$\sin(\alpha_{\text{segu}}) = \frac{n_0}{n_{\text{segu}}} \sin \alpha_0 = \frac{1}{\sqrt{2}n_{\text{segu}}}, \quad [1 \text{ p.}]$$

kus $\sin(\alpha_0) = 1/\sqrt{2}$ ja õhus $n_0 = 1$. Kiire nihe kanali sees piki kanali suunda on lihtsa geomeetria abil

$$y = d \tan(\alpha_{\text{segu}}). \quad [1 \text{ p.}]$$

Kasutades seost $\tan(\phi) = \frac{\sin(\phi)}{\cos(\phi)} = \frac{\sin(\phi)}{\sqrt{1-\sin(\phi)^2}}$ saame

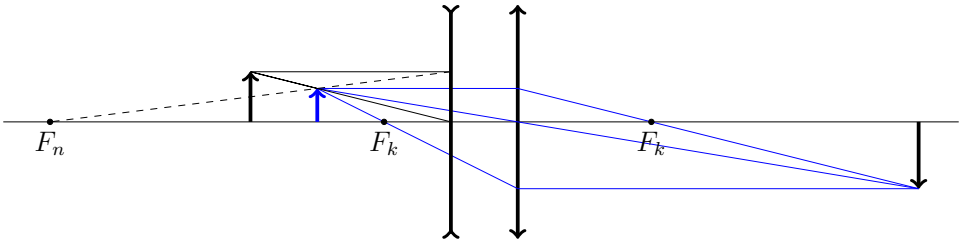
$$y = d \frac{\sin(\alpha_{\text{segu}})}{\sqrt{1-\sin(\alpha_{\text{segu}})^2}} = \frac{d}{\sqrt{2}\sqrt{n_{\text{segu}}^2 - \frac{1}{2}}}. \quad [1 \text{ p.}]$$

Nüüd leiame y kahel juhul, kui $X = 0,40$ siis $y = 6,184 \text{ mm}$ ja kui $X = 0,85$ siis $y = 6,104 \text{ mm}$ [1 p.]. Saame y erinevuseks

$$|\Delta y| \approx 80 \mu\text{m}. \quad [1 \text{ p.}]$$

5. (PUUDUV LÄÄTS) (8 p.) Autor: Eero Vaher.

Nõguslääts tekitab esemest näiva kujutise [1 p.] ning kumerlääts tekitab näivast kujutisest tõelise kujutise [1 p.]. Teades kumerläätsse asukohta ja fookuseid ning tõelise kujutise asukohta on võimalik leida näiva kujutise asukoht (joonisel kujutatud sinisega, kujutatud on kolme kiirt, kuid konstrueerimiseks piisab kahest) [3 p.]. Teades eseme ning nõgusläätsse tekitatud näiva kujutise asukohti, on läätsse asukohta [2 p.] ning selle esemepoolse fookuse [1 p.] leidmine lihtne.



Märkus: Kui eelpool mainitud punkte ei ole õpilane ise sõnaliselt välja toonud, vaid on konstrueerimisel kasutanud, siis anda samamoodi maksimumpunktid.

6. (*SILINDER KÜLMKAPIS*) (8 p.) *Autor: Rasmus Kisel.*

Oletame, et silindris oleva õhu rõhk oli algselt p_0 . Kuna aine mass jääb samaks, siis kui tihedus läheb λ korda suuremaks, peab aine ruumala minema λ korda väiksemaks. Seega pärast tahkumist täidab tahkis silindrist osa $k' = \frac{k}{\lambda}$. Leiame pärastise õhurõhu p_2 . Ideaalse gaasi olekuvõrrandi kohaselt $pV = nRT$ ning seega kehtivad algse ja pärastise seisuga kohtajärgmised võrrandid:

$$p_0 V_0 = nRT_1,$$

$$p_2 V_2 = nRT_2.$$

Siit leiame, et $p_2 = p_0 \frac{V_0 T_2}{V_2 T_1}$, kus V_0 on gaasi esialgne ruumala ning V_2 gaasi ruumala hiljem. Teame aga, et $V_0 = (1 - k)V_{kogu}$ ja $V_2 = (1 - k')V_{kogu}$ ning seega saame õhurõhu peale tahkumist:

$$p_2 = p_0 \frac{T_2 \lambda (1 - k)}{T_1 (\lambda - k)}.$$

Pärastise ja esialgse rõhu suhe on seega:

$$\frac{p_2}{p_0} = \frac{T_2 \lambda (1 - k)}{T_1 (\lambda - k)}.$$

Hindamisskeem:

Idee, et tahkumisel aine ruumala muutub [1 p.].

Ideaalse gaasi olekuvõrrandid esialgse ning pärastise süsteemi kohta [3 p.] (kui arvesse on võetud vaid temperatuuri muutumist, siis saab ühe punkti).

Kasutatakse õiget avaldist aine ruumala muutuseks [1 p.].

Kasutatakse õiget avaldist õhu ruumala muutuseks [2 p.].

Korrektse lõppvastuse saamine [1 p.].

7. (*KAKS KUULI JA VEDRU*) (10 p.) *Autor: Rasmus Kisel.*

Olgu tundmatu mass m , vedru algne pikkus l ning vedru pikkus pöörlemise ajal d . Ülesandes oli antud, et massi m kaugus pöörlemiskeskmele on pöörlemise ajal l . Massi M kaugus pöörlemiskeskmele on seega $d - l$. Kuna vedru pikenes $d - l$ jagu, siis tekib vedrus pinget $F = k(d - l)$. Selle pinget peab vedru mõlemas otsas tasakaalustama vastava kuuli tsentrifugaaljõud. Vaatleme jõudude tasakaalu tuntud massil M :

$$M\omega^2(d - l) = k(d - l),$$

kus $M\omega^2(d-l)$ on massile M mõjuv tsentrifugaaljõud. Siit järeldame, et $\omega^2 = \frac{k}{M}$. Seega on pöörlemise periood:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}}.$$

Hindamisskeem:

Tuntud massi kaugus pöörlemiskeskemest on $(d-l)$ [1 p.].

Vedrus tekkiva pinge $F = k(d-l)$ kasutamine [1 p.].

Tsentrifugaaljõu avaldise kasutamine [2 p.].

Korrektne arutelu jõudude tasakaalu kohta [1 p.].

Jõudude tasakaalu välja kirjutamine [2 p.].

ω^2 leidmine [1 p.].

Valemi $T = \frac{2\pi}{\omega}$ kasutamine [1 p.].

Korrektne lõppvastus [1 p.].

8. (TERASANUM) (10 p.) Autor: Valter Kiisk.

Anuma tugevuse määrab ilmselt seinapaksus h . Selle leiame terase ruumala V_t abil, mille omakorda leiame anuma massi m ja terase tiheduse ρ kaudu. Eeldades, et h on hulga väiksem anuma raadiusest r , siis $V_t \approx 4\pi r^2 h$ [1 p.], seega $m = \rho V_t \approx 4\pi r^2 h \rho$ [1 p.], millest $h \approx m/(4\pi r^2 \rho) \approx 4 \text{ mm}$ [1 p.], mis kinnitab meie lähendi $h \ll d$ kehtivust. Gaasi rõhust tingitud mehaaniline tõmbepinge σ_1 anuma seintes ei tohi ületada väärtust $\sigma = 450 \text{ MPa}$. σ_1 leidmiseks lõikame anuma mõtteliselt kaheks poolsfäärriks. Gaasi rõhk p tekitab kummalegi poolsfäärile teatud summaarse rõhumisjõu F , mis surub neid poolsfääre üksteisest eemale. F leidmiseks jaotame sfääri mõtteliselt kaheks eraldiseisvaks poolsfääri kujuliseks kinniseks piirkonnaks. Kumbagi piirkonda võime vaadelda tasaakaalus kinnise süsteemina ja seega on tema sisemised rõhu poolt tekitatud jõud tasakaalus. Sellest järeldame, et poolsfäärilise osa ringikujulisele põhjale pindalaga πr^2 mõjub sama summaarne jõud sisemise rõhu poolt, mis poolsfääri pinnale. Kuna need jõud on võrdsed, siis mõjub poolsfäärile summaarne jõud sisemise rõhu poolt $\pi r^2 p$ ja arvestades ka välist rõhku $F = \pi r^2 (p - p_0)$ [2 p.], kus p_0 on välisrõhk (101,3 kPa). Kuna anuma seinaristlõikepindala on $S = 2\pi r h$ [1 p.], siis $\sigma = F/S = r(p - p_0)/2h$ [1 p.]. Siit $p = 2\sigma h/r + p_0 \approx 14,61 \text{ MPa}$. Eeldades, et tegemist on ideaalse gaasiga, siis anumas oleva gaasi ruumala, kui

ta oleks samal temperatuuril, aga normaalarõhul, leiab valemi $p_0V = pV_a$ abil [2 p.], kus $V_a = \frac{4}{3}\pi r^3$ on anuma ruumala. Saame $V = \frac{p}{p_0}V_a \approx 9400 \text{ L}$ [1 p.].

9. (LAENGUD) (10 p.) Autor: Mihkel Kree.

Olgu keskmise kera nihe y [1 p.]. Keskmise kera kaugus kummastki äärmisest kerast on nüüd $l = \sqrt{d^2 + y^2}$ [1 p.]. Kumbki äärmine kera mõjutab keskmist kera jõuga $F = \frac{kqQ}{l^2}$ [1 p.], mille vertikaalkomponent on $F_y = -\frac{y}{l}F$ [2 p.]. Kokku mõjub keskmisele kerale vertikaaljõud $2F_y$ [1 p.], millest saame seose keskmise kera kiirenduse jaoks $ma = 2F_y$. Et $y \ll d$, siis $l \approx d$, millest saame lihtsustada liikumisvõrrandi kujule

$$a = -\frac{2kQq}{md^3}y \quad [2 \text{ p.}]$$

See võrrand kirjeldab harmoonilist võnkumist perioodiga

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{md^3}{2kQq}} \quad [2 \text{ p.}]$$

Märkus: perioodi ja sageduse valem on võimalik leida analoogiast vedru võnkumisega, kus $ma = -kx$ ja $T = 2\pi\sqrt{m/k}$.

10. (GAASIKÜTE) (12 p.) Autor: Ardi Loot.

Telk peab olema soojuslikus ja niiskuslikus tasakaalus. Telk kaotab sooja läbi telgi seinte

$$P_s = SU\Delta T \approx 7,54 \text{ kW} \quad [1 \text{ p.}]$$

soojusjuhtivuse tõttu, kus $S = 2\pi R^2 \approx 100,5 \text{ m}^2$ ja $\Delta T = T_1 - T_0 = 25 \text{ }^\circ\text{C}$, ning telgi ventileerimise

$$P_v = Q\rho_\delta c_\delta \Delta T \approx Q \cdot (30,0 \text{ kW} \cdot \text{s/m}^3) \quad [1 \text{ p.}]$$

tõttu. Soojusliku tasakaalu korral

$$P_p = P_s + P_v \approx 7,54 \text{ kW} + (Q \cdot 30,0 \text{ kW} \cdot \text{s/m}^3). \quad [2 \text{ p.}] \quad (1)$$

Niiskusliku tasakaalu jaoks peab ventileerimine telgist välja viima samapalju niiskust kui gaasi põletamisel tekib. Sooja õhu väljaviskel

viiakse ajaühikus telgist välja niiskust $\Gamma_v = QG_1\eta_1 \approx Q \cdot (10,2 \text{ g/m}^3)$ [1 p.] ning külma õhu sissevooluga siseneb telki ajaühikus $\Gamma_s = QG_0\eta_0 \approx Q \cdot (1,15 \text{ g/m}^3)$ [1 p.] niiskust. Võimsusega P_p gaasiküte eraldab ajaühikus $\Gamma_p = D \cdot P_p/k \approx P_p \cdot (10^{-5} \cdot 5,63 \text{ kg/(kW} \cdot \text{s)})$ [1 p.] niiskust. Tasakaalu korral

$$\Gamma_p = \Gamma_v - \Gamma_s$$

ehk

$$P_p \cdot (10^{-5} \cdot 5,63 \text{ kg/(kW} \cdot \text{s)}) \approx Q \cdot (9,09 \text{ g/m}^3). \quad [2 \text{ p.}] \quad (2)$$

Lahendades tasakaaluvõrranditest (1), (2) tekkinud süsteemi saame

$$\begin{aligned} Q &= \frac{SU\Delta T}{\gamma K/D - \rho c_o \Delta T} \approx 206 \text{ m}^3/\text{h} \\ P_p &= \frac{Q\gamma k}{D} \approx 9,26 \text{ kW} \\ \gamma &= G_1\eta_1 - G_0\eta_0 \approx 9,09 \text{ g/m}^3. \quad [2 \text{ p.}] \end{aligned}$$

Ventileerimisele kulub $P_v/P_p \approx 18,6\%$ küttevõimsusest ja telgis vahetub õhk $Q/V \approx 1,54$ korda tunnis ($V = \frac{2}{3}\pi R^3$) [1 p.].

E1. (PENDLIKONSTANT)(10 p.) *Lahenduse autor: Andres Põldaru.* Sirget on läbi enam-vähem lineaarselt seotud suuruste graafiku suhteliselt hea sobitada võrreldes sellega, kui peab näiteks ruutjuure funktsiooni sobitama läbi andmepunktide. Sellest tulenevalt teeme oma graafiku sellise, et graafikul olevate suuruste vahel oleks lineaarne seos. Paneme graafiku x -teljele l ja y -teljele T^2 . Kehtib $T^2 = \alpha^2 l$. Analoogselt võib telgedele hoopis panna \sqrt{l} ja T .

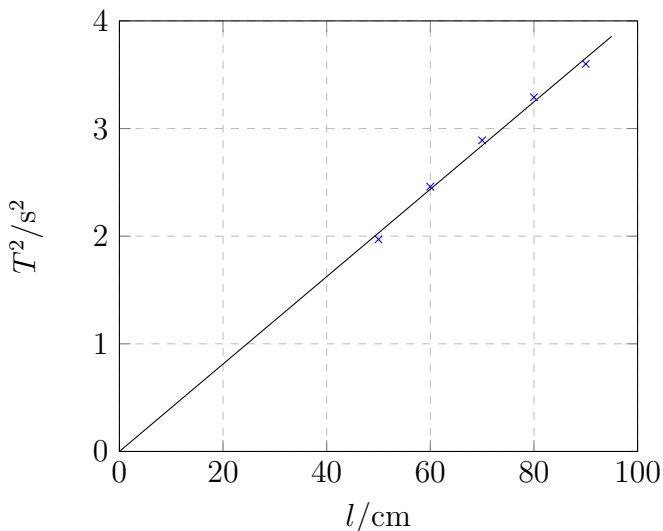
Aja määramatuse vähendamiseks tuleb mõõta võimalikult palju perioode korraga. Siis aja määramatus, mis tuleb põhiliselt alg ja lõpphetke fikseerimise ebatäpsusest, jaguneb kõigi võngete peale ära ja ühe võnke perioodi saab täpsemalt teada. Pendlile tuleb anda väikene hoog, sest suure hoo korral pendli periood ei ole enam konstantne.

Teeme 5 katset nööri pikkusega vahemikus 60-100 cm, suurendades iga kord pendli pikkust 10 cm võrra. Pika nööri valime selle pärast, et siis

koormise enda inertsimoment ei mõjuta tulemust ja lisaks kui koormise massikese ei ole täpselt teada, siis pikk nöör vähendab selle teadmatuse mõju. Pika nööri mõõtmiseks joonlauga teeme nöörile väiksed sõlmed või märgistused, mille vahekaugusi saame joonlauga mõõta ja kokku liita, et mõõta kogu nööri pikkust. Perioode mõõdame 20 tükki korraga. Sobitame katsepunktidest läbi sirge, mille tõusuks saame $0,0406 \text{ s}^2/\text{cm}$. Kuna see tõus on α^2 , siis $\alpha = 0,201 \text{ s}/\text{cm}^{0.5}$.

Tabel 1: Katse tulemused.

l/cm	50	60	70	80	90
$20T/\text{s}$	28.04	31.38	33.62	36.01	38.23
T/s	1.40	1.57	1.68	1.80	1.91
T^2/s^2	1.97	2.46	2.83	3.24	3.65



Joonis 1: Katsepunktide graafik koos sobitatud sirgega.

Hindamisskeem:

Katse kirjeldus [1 p.] (oluline ka dokumenteerida, mida täpselt tehakse).
Mõõtmised dokumenteeritud [1 p.].

Perioodi mõõtmine vähemalt 5 erineva nööri pikkusega [2 p.], vähemalt 3 erineva nööri pikkusega [1 p.].

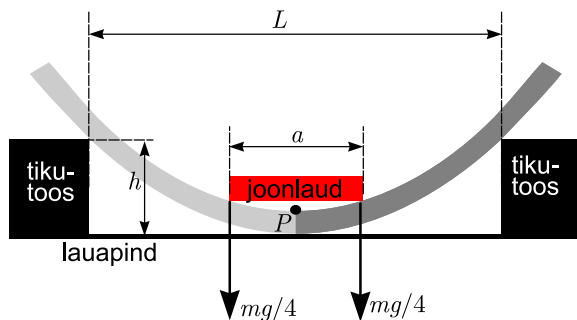
Perioodi määramisel korraga vähemalt 10 perioodi mõõtmine [2 p.], vähemalt 5 perioodi mõõtmine [1 p.].

Korrektse graafiku joonistamine koos sirgega [2 p.].

Graafikult leitud vastus ei erine teoreetilisest väärtusest $2\pi/\sqrt{g} \approx 2,02\text{s/m}^{0.5}$ rohkem kui 10% [2 p.], rohkem kui 20% [1 p.]. (Kui õpilane leiab vastuse graafikut mitte kasutades, anda [1 p.], kui vastus ei erine teoreetilisest väärtusest rohkem kui 10%).

E2. (SPAGETT)(12 p.) Autor: Jaan Kalda.

Asetame kaks tikutoosi üksteisest tosinkonna sentimeetri kaugusele ja paneme nende peale spagetikõrre lebama. Asetame joonlaua ühte otsa pidi spagetikõrre keskkoha; joonlaua teine ots toetagu vastu lauda nii, et joonlaud on peaaegu horisontaalselt (alternatiivselt võib teise otsa toetada teise spageti peale, siis lahendus tuleb sama). Spagetikõrre kõrvaltvaade on antud järgneval joonisel.



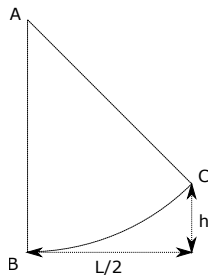
Leiame sellise tikutooside vahemaa, et spagett puudutab lauda, kuid ei toetu sellele. Märkus: tikutooside vahemaa asemel võib muuta punkti, millega joonlaud toetub spagetile (kangiõlgade muutmise tõttu muutub rõhumisjõud vahemikus $mg/2$ kuni mg). Et joonlaud on tasakaalus ja horisontaalne, siis nii laud kui spagett toetavad joonlauda jõuga $mg/2$. Kuna joonlaud toetub spagetile kahte tippu pidi, avaldab sümmeetria tõttu kumbki tipp spagetile jõudu $mg/4$. Samuti avaldab sümmeetria ja jõudude tasakaalu tõttu kumbki tikutoos spagetile vertikaalset jõudu $mg/4$. Kuna spagett paindub vähe ja on peaaegu horisontaalne, siis eeldame, et tikutoosi nurgas mõjuv jõud on vertikaalne (kui jõud oleks

tikutoosi nurgas spagetiga risti ja spagett oleks ringjoone kaare kujuga, annaks täpne arvutus paranduskordaja $R/(R - h)$, mis eeldusel $h \ll R$ läheneb ühele). Avaldame punktis P ühelt spagetipoolt teisele avaldatava jõumomendi T (ignoreerides märki) momentide tasakaalu tingimusest. Arvestame, et ühele spagetipoolle mõjub joonlaua ühe tipu poolt avaldatav jõud $mg/4$ kaugusel $a/2$ ja tikutoosi nurga juures olev jõud $mg/4$ kaugusel $L/2$, mistõttu tuleb nende jõumomendiks:

$$\frac{1}{4}mg \cdot \frac{L - a}{2} = T = k/R.$$

Kui loeme spagetilõigu ringjooneks raadiusega R , siis selle raadiuse leiame geomeetriselt paremal oleva joonise abil. Joonisel $|AB| = |AC| = R$ ja Pythagorase teoreemi rakendades küljele $|AC|$ saame $(L/2)^2 + (R - h)^2 = R^2$, millest

$$(2R - h)h = L^2/4 \Rightarrow R = \frac{L^2}{8h} + \frac{h}{2}.$$



Lubatud on kasutada ligikaudset avaldist $R \approx \frac{L^2}{8h}$ ehk lähendust $L \gg h$; iga muu vigadeta lähendus, mis viib lähenduse $h \ll R$ piires antud vastusega ekvivalentse avaldiseni (st saadud tulemuse ja siinse vastuse erinevus jääb suurusjärku h), tuleb lugeda õigeks. Lõplikuks avaldiseks saame

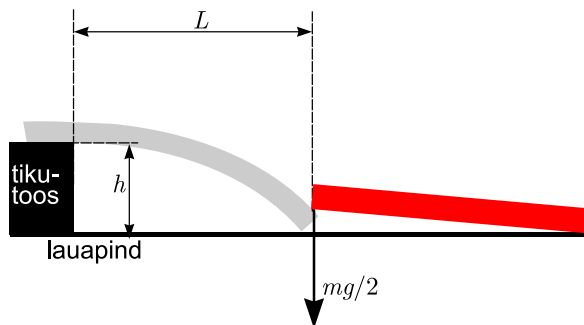
$$k = \frac{mg(L - a)}{8} \left(\frac{L^2}{8h} + \frac{h}{2} \right).$$

Möödame üle kõik suurused, näiteks võib vastuseks tulla $L = 25$ cm, $h = 12$ mm, $a = 40$ mm ning olgu $m = 25$ g. Sellisel juhul saame vastuseks

$$k \approx 4,2 \cdot 10^{-3} \text{ N m}^2.$$

Alternatiivne lähenemine:

Spagett fikseeritakse kahe tikutoosi vahele (või surutakse näpuga vastu tikutoosi nii, et spagett oleks tihedas kontaktis tikutoosi ülemise tahuga), vt joonis.



Sellisel juhul on jõumomentide tasakaal tikutoosi nurga suhtes $T = \frac{mgL}{2}$ ning R avaldises tuleb asendada $L/2 \rightarrow L$. Siis saame:

$$k = \frac{mgL}{2} \left(\frac{L^2}{2h} + \frac{h}{2} \right).$$

Hindamisskeem:

Idee toetada toosidega servadest ja vajutada joonlauaga keskele sellise jõuga, et kõrs puudutab keskelt lauda, kuid ei toetu sellele: [2 p.].

Idee reguleerida parameetreid eelpoolkirjeldatud olukorra saavutamiseks kas tikutooside vahekauguse või joonlaua toetuspunkti muutmise teel: [1 p.].

Tikutooside vahemaa mõõtmine: [1 p.].

Tikutoosi kõrguse mõõtmine: [1 p.].

Valemi $T = \frac{1}{4}mg \cdot \frac{L-a}{2}$ tuletamine: [3 p.] (kui $L - a$ asemel on L ja seejuures on kasutatud alternatiivset skeemi või on fikseeritud teksti või joonise abil, et joonlaual lastakse toetuda servaga, nii et toetuspunkt on täpselt spagetitüübi keskel, siis mitte karistada; vastasel juhul karistada 1 punktiga andes seega 2 punkti valemi $T = \frac{mgL}{8}$ eest).

Keskmise kõverusraadiuse R avaldamine geomeetriast ($R = \frac{L^2}{8h}$, $R = \frac{L^2}{8h} + \frac{h}{2}$ vms, vt eelpool): [2 p.]. Kui õpilane ei lähenda tervet spagetitüübi ühe ringjoonena ja leiab täpse kõverusraadiuse, siis anda samuti [2 p.].

Teguri k arvutamine, kusjuures vastus ei erine õige vastusest (see tuleks kindlaks teha antud spagetitüübi jaoks) rohkem kui 1,5 korda: [2 p.] (kui erinevus on väiksem kui 2 korda, siis 1 punkt).