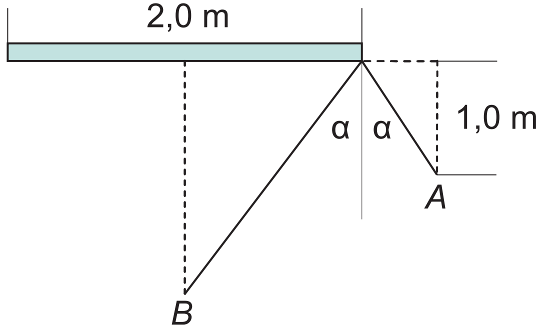
Eesti koolinoorte 59. füüsikaolümpiaad

14. jaanuar 2012. a. Piirkondlik voor.

Gümnaasiumi lahendused

1. (*PEEGEL*)



Joonisel [**1 p.**] on kujutatud hetk t, mil tuttavad märkavad teineteist. Selleks hetkeks läbis A teepikkuse $2 - 1 \cdot t$ [**0,5 p.**] ning B läbis teepikkuse $3{,}5 - 1 \cdot t$ [**0,5 p.**]. Sarnastest kolmnurkadest [**1 p.**] saame

$$\frac{1}{3{,}5 - t} = \frac{2 - t}{1}. \quad [\mathbf{1{,}5\ p.}]$$

Tekib ruutvõrrand, mille lahenditeks on $t = 1{,}5\,\mathrm{s}$ ja $t = 4{,}0\,\mathrm{s}$ [**1 p.**], neist vastuseks on esimene lahend [**0,5 p.**].

2. (*KÜTTESÜSTEEM*)

Mingi ajavahemiku Δt jooksul kaotab koolimaja väliskeskkonda soojust $Q_1 = N\Delta t$, sama palju soojust peavad andma selle aja jooksul talle radiaatorid [**1 p.**]. Toru ristlõike pindala on $S = \frac{\pi D^2}{4}$ [**0,5 p.**]. Aja Δt jooksul küttesüsteemi siseneva ja ühtlasi sellest väljuva vee ruumala on seega $V = Sv\Delta t$ [**1 p.**], kus v on otsitav veevoolu kiirus, ning mass $m = \rho V = \rho S v \Delta t$ [**0,5 p.**]. Radiaatorites eraldub soojushulk $Q_2 = mc(t_0 - t_1)$ [**0,5 p.**]. Kuna $Q_1 = Q_2$, saame võrrandi

$$N\Delta t = \rho \frac{\pi D^2}{4} v \Delta t c (t_0 - t_1), \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

millest

$$v = \frac{4N}{\pi D^2 \rho c (t_0 - t_1)} = 0{,}15\ \mathrm{m/s}. \quad [\mathbf{1{,}5\ p.}]$$

3. (*TÜNN*) Tühja tünni korral kehtib seos $mg = \frac{1}{10}\rho_v V g$ [**1 p.**]. Vedelikku täis tünni korral kehtib seos $(m + \rho V)g = \frac{9}{10}\rho_v V g$ [**2 p.**]. Taandades ruumala V ja g saame $\frac{1}{10}\rho_v + \rho = \frac{9}{10}\rho_v$, millest $\rho = \frac{8}{10}\rho_v$ [**2 p.**]. Vastus $\rho = 800\,\mathrm{kg/m^3}$[**1 p.**].

4. (*PÖÖRDLAVA*) Kettaga kaasapöörlevas taustsüsteemis peab näitleja liikuma mööda sirgjoont (et maksimeerimida vahemaa) [**3 p.**]. Aja t jooksul liigub ketas edasi nurga $360^\circ \frac{t}{T} = 2\pi \frac{t}{T}$ võrra [**2 p.**]. Ketta peale astudes ja mööda seda kõndides saab näitleja ise edasi liikuda nurga $2 \arcsin \frac{vt}{2r}$ võrra [**2 p.**] (näitleja peab jõudma tagasi ketta äärele ja sestap moodustab tema trajektoor ketta kõõlu). Kokku saame, et

$$\alpha = 360^\circ \frac{t}{T} + 2 \arcsin \frac{vt}{2r} = 2\pi \frac{t}{T} + 2 \arcsin \frac{vt}{2r} \quad [\mathbf{1\ p.}]\ .$$

5. (*SURMASÕLM*) Autole mõjuvad raskusjõud ja tee toereaktsioon. Silmuses püsimiseks ei tohi toereaktsioon kaduda [**1 p.**]. Nende jõudude resultandi silmuse keskele suunatud komponent moodustab kesktõmbejõu. Selle suurus sõltub auto kiirusest:

$$F_c = m\frac{v^2}{R}, \ [\mathbf{1\ p.}]$$

kus R on silmuse raadius. Kriitiline olukord tekib silmuse ülemises punktis, kus auto kiirus on vähim ja raskusjõud tõmbab autot risti teest eemale [**1,5 p.**]. Piirjuhul seal toereaktsioon puudub ning raskusjõud on ise kesktõmbejõud:

$$mg = \frac{mv^2}{d/2}, \ [\mathbf{2\ p.}]$$

kus m on auto mass ja v kiirus. Energia jäävuse seaduse kohaselt on auto kõrgus ja kiirus otseselt seotud:

$$mgh' = \frac{mv^2}{2}, \ [\mathbf{1\ p.}]$$

kus h' on algpunkti ja uuritava punkti kõrguste vahe. Saadud võrrandit eelmisega läbi jagades saame vajaliku kõrguste erinevuse algpunkti ja silmuse haripunkti vahel:

$$h' = \frac{d}{4}. \ [\mathbf{1\ p.}]$$

Otsitud kogukõrgus on silmuse läbimõõdu võrra suurem ja

$$h = h' + d = 1{,}25d. \ [\mathbf{0{,}5\ p.}]$$

6. (*KUUMAÕHUPALL*) Õhupallile mõjub ühes suunas üleslükkejõud, mis võrdub väljasurutud külma õhu kaaluga $\rho_{20} V g$. Vastassuunas mõjub raskusjõud nii kestale ja laadungile (mg) kui ka kuumale õhule õhupalli sees ($\rho_k V g$, kus ρ_k

on kuuma õhu tihedus). Õhupall tõuseb lendu, kui üleslükkejõud saab võrdseks raskusjõuga:

$$\rho_{20}Vg = mg + \rho_k Vg \; [\mathbf{2\ p.}],$$

millest avaldub

$$\rho_{20} = \rho_k - \frac{m}{V}. \; [\mathbf{0{,}5\ p.}]$$

Õhu tihedus väheneb temperatuuri kasvamisel vastavalt ideaalse gaasi olekuvõrrandile.

$$pV = \frac{m}{M}RT \; [\mathbf{0{,}5\ p.}]$$

Avaldades õhu tiheduse, saame

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{pM}{RT}. \; [\mathbf{0{,}5\ p.}]$$

Õhupall on alt lahti ja õhurõhk palli sees on võrdne välisõhu rõhuga [**1 p.**]. Seetõttu on ülaltoodud võrrandis p, M ja R konstantsed ning kahe erineva temperatuuri jaoks kirjapandud võrrandeid läbi jagades näeme, et

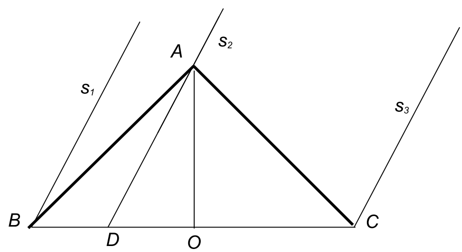
$$\frac{\rho_{20}}{\rho_k} = \frac{T_k}{T_{20}}. \; [\mathbf{1\ p.}]$$

Avaldades T_k ja kasutades lendutõusmise tingimust, saame:

$$T_k = \frac{\rho_{20}T_{20}}{\rho_k} = \frac{\rho_{20}T_{20}}{\rho_{20} - \frac{m}{V}} = \frac{T_{20}}{1 - \frac{m}{\rho_{20}V}}. \; [\mathbf{1{,}5\ p.}]$$

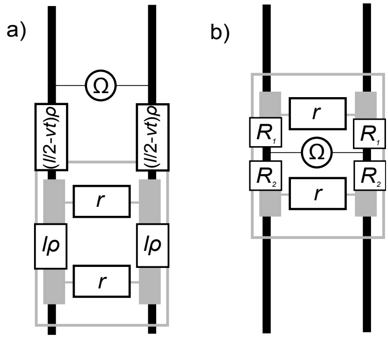
Ülaltoodud valemis tuleb kasutada absoluutset temperatuuri (kelvinites). Null kraadi Celsiuse skaalas on 273 K ja välisõhu temperatuur on seega $20\,^\circ\mathrm{C} = 20 + 273\,\mathrm{K} = 293\,\mathrm{K}$ [**0,5 p.**]. Nüüd saamegi välja arvutada temperatuuri õhupalli sees, milleks on $T_k = 364\,\mathrm{K} = 91\,^\circ\mathrm{C}$ [**0,5 p.**].

7. (*VIHMASADU*) Tähistame katuse vertikaallõikel harja tähega A, räästad tähtedega B ja C ning lõigu BC keskpunti tähega O. Täistame sümbolitega s_1, s_2 ja s_3 selliste piiskade trajektoorid, mis tabavad vastavalt põhjaräästast punktis B, harja punktis A ning lõunaräästast punktis C. Õige joonis: [**1 p.**].



Sirgete s_1 ja s_2 vahelisse ribasse jäävad piisad tabavad põhjakatust ning sirgete s_2 ja s_3 vahelisse ribasse jäävad piisad tabavad lõunakatust. Seega on veehulkade suhe võrdne ribade laiuste suhtega [**2 p.**], mis omakorda on võrdne lõikude

BD ja CD pikkuste suhtega [**1 p.**], kus D on sirge s_2 ja lõikepunkt lõiguga BC. Seetõttu $BD = \frac{1}{3}BC$ [**1 p.**] ning järelikult $DO = BO - BD = \frac{1}{6}BC$ [**1 p.**]. Paneme tähele, et vihmapiiskade kiirusvektori horisontaal- ja vertikaalkomponentide suhe on võrdne lõikude DO ja $OA = \frac{1}{2}BC$ pikkuste suhtega [**2 p.**]; et $\frac{AO}{DO} = 3$ [**1 p.**], siis piiskade langemise kiirus on $3u = 18\,\mathrm{m/s}$ [**1 p.**].



8. (*RAUDTEE*) Ülesandes peab käsitlema kahte juhtu: a) kui mõõtepunkt ei asu vaguni rataste vahel ja b) kui mõõtepunkt asub vaguni rataste vahel [**1 p.**]. On ka näha, et ülesanne on sümmeetriline mõõtepunkti suhtes, st takistuse käitumine enne seda, kui vaguni keskpunkt möödub mõõtepunktist ja pärast seda on üksteise peegelpildid.[**1 p.**] (Punkti võib anda ka siis, kui on käsitletud kolmandat juhtu, kus vagun on möödunud mõõtepunktist eraldi.)

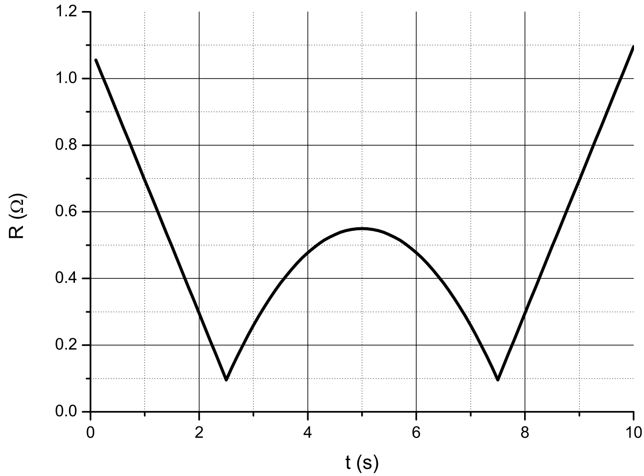
Vaatleme alguses juhtu a). On näha, et sellel juhul on vagunil fikseeritud takistus, millele liitub vaguni ja mõõtepunkti vahele jäävate rööbaste takistus.

$$R = 2(l/2 - vt)\rho + \frac{1}{\frac{1}{r} + \frac{1}{r+2l\rho}} \quad [\mathbf{2\ p.}]$$

Seejärel vaatleme juhtu b). Sellel juhul moodustub takistus kahest rööpühendusses olevast osast, mille takistus muutub vaguni liikumise käigus. $R_1 = (l - vt')\rho$ ja $R_2 = vt'\rho$, kus $t' = t - s/v$ [**1 p.**] on aeg, mis on möödunud hetkest, kui esimene rattapaar möödus mõõtepunktist. Seega saab takistuse käitumise leida valemist:

$$R = \frac{1}{\frac{1}{r+2R_1} + \frac{1}{r+2R_2}} = \frac{1}{\frac{1}{r+2(l-vt')\rho} + \frac{1}{r+2vt'\rho}} \quad [\mathbf{2\ p.}]$$

Tulemuseks on graafik [**3 p.**]:



9. (*ROBIN HOOD*)

Kõigepealt leiame noole algkiiruse. Selle leiame noolele antud kineetilise energia kaudu.

$$E_K = \frac{mv^2}{2}$$

$$E_K = \eta A \Rightarrow \quad [\mathbf{0{,}5\ p.}]$$

$$v = \sqrt{\frac{2\eta A}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}17 \cdot 500}{0{,}054}} \approx 56{,}1\,\mathrm{m/s}\ [\mathbf{1\ p.}].$$

Paneme tähele, et noole kiiruse horisontaalne komponent on

$$v_{horisontaal} = v \cdot \cos\alpha \quad [\mathbf{0{,}25\ p.}]$$

ja vertikaalne komponent on

$$v_{vertikaal} = v \cdot \sin\alpha \quad [\mathbf{0{,}25\ p.}]$$

Kui nool lendab aja t siis

$$v\cos\alpha \cdot t = L \quad [\mathbf{0{,}5\ p.}]$$

$$v\sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} = -h \quad [\mathbf{0{,}5\ p.}]$$

(Kuna nool lastakse lendu märklaua keskpunktist h võrra kõrgemalt)
Nüüd avaldame ülemisest võrrandist $\sin\alpha$

$$\cos\alpha = \frac{L}{vt} \Rightarrow \sin\alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{L}{vt}\right)^2} = \sqrt{\frac{v^2t^2 - L^2}{v^2t^2}} \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

.

Asendame selle alumisse võrrandisse

$$vt \cdot \sqrt{\frac{v^2t^2 - L^2}{v^2t^2}} = \frac{gt^2}{2} - h \Rightarrow$$

$$v^2t^2 - L^2 = h^2 - hgt^2 + \frac{g^2t^4}{4} \Rightarrow \quad [\mathbf{0{,}5\ p.}]$$

$$\frac{g^2}{4} \cdot t^4 - \left(hg + v^2\right) \cdot t^2 + \left(h^2 + L^2\right) = 0 \quad [\mathbf{0{,}5\ p.}]$$

Lahendame ruutvõrrandi t^2 suhtes [**1 p.**].

$$t_{1,2}^2 = \frac{(hg + v^2) \pm \sqrt{(hg + v^2)^2 - 4 \cdot \frac{g^2}{4}(h^2 + L^2)}}{2 \cdot \frac{g^2}{4}} \Rightarrow [\mathbf{1\ p.}]$$

$$t_1^2 = 117\,\mathrm{s}^2 \Rightarrow t_1 = \pm\sqrt{116} = \pm 10{,}8\,\mathrm{s} \quad [\mathbf{1\ p.}]$$
$$t_2^2 = 14{,}3\,\mathrm{s}^2 \Rightarrow t_2 = \pm\sqrt{14{,}3}\mathrm{s} = \pm 3{,}77\,\mathrm{s} \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

On selge, et negatiivne aeg ei oma antud juhul füüsikalist tähendust.**(1p)** Tuleb välja, et Robin võib noolt lasta kahe erineva nurga α_1 ja α_2 all.**(1p)**

$$\alpha_1 = \arccos\frac{L}{vt_1} = \arccos\frac{200}{56 \cdot 10{,}8} \approx 71^\circ \quad [\mathbf{0{,}5\ p.}]$$

$$\alpha_2 = \arccos\frac{L}{vt_2} = \arccos\frac{200}{56 \cdot 3{,}78} \approx 19^\circ \quad [\mathbf{0{,}5\ p.}]$$

10. (*KOONUS*) Punktlaengu q' poolt tekitatud potentsiaal on võrdne $\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q'}{r}$ [**1,5 p.**]. Seega koonuse poolt tekitatud potentsiaal selle tipus on võrdeline selle summaarse laenguga ning on pöördvõrdeline koonuse mõne lineaarmõõtmega [**2,5 p.**]. Olgu suurema koonuse laeng Q ja väiksema (mis on osa suuremast koonusest) q, siis nende sarnasuse tõttu $\frac{q}{Q} = \frac{h^3}{H^3}$ [**2 p.**]. Kui suurem koonus tekitas punktis S potentsiaali φ_0, siis väiksem koonus (olles veel suurema koonuse osana) tekitab seal potentsiaali φ_1, mille kohta kehtib seos $\frac{\varphi_1}{\varphi_0} = \frac{q}{h}\frac{H}{Q} = \frac{h^2}{H^2}$ [**2 p.**], kust avaldame $\varphi_1 = \varphi_0\frac{h^2}{H^2}$ [**1 p.**]. Potentsiaali jaoks kehtib superpositsiooniprintsiip [**1 p.**], seega väiksema koonuse eemaldamine toob kaasa vastava panuse kadumise [**1 p.**]. Seega otsitav uus potentsiaal on $\varphi' = \varphi_0 - \varphi_1 = \varphi_0(1 - \frac{h^2}{H^2})$ [**1 p.**].

E1. (*PLASTILIIN*) Kõigepealt tuleb sukeldada plastiliini veega täidetud silindrisse anumasse ja mõõta joonlauaga seejuures toimuv veetaseme tõus h_1 [**1 p.**]. Seejärel tuleb valmistada plastiliinist laevuke ja mõõta veetaseme tõus h_2 siis, kui see laevuke ujub vee pinnal [**2 p.**]. Paneme tähele, et plastiliini ruumala $V_1 = Sh_1$ [**1 p.**], plastiliini mass $m = \rho S h_2$ [**1 p.**] ja laevukese ujumisel välja surutava vee ruumala $V_2 = Sh_2$ [**1 p.**], mistõttu plastiliini mass $m = \rho_v S h_2$ [**2 p.**]. Nendest seostest saame avaldada $\rho = m/V_1 = \rho_v h_2/h_1$ [**1 p.**]. Asendades siia mõõtmistulemused saame $\rho \approx 1{,}1\,\mathrm{g/cm^3}$ kuni $\rho \approx 1{,}2\,\mathrm{g/cm^3}$ [**1 p.**] (tulemus oleneb plastiliini sordist).

E2. (*PLIIATS*) Mähime ümber pliiatsi N niidikeerdu, nt $N = 10$ (mõistlikult suur arv keerde: [**1 p.**]) ning kasutame sellele tiirude arvule vastavat niidi osa matemaatilise pendli ehitamiseks [**2 p.**] (vähendades niidi pikkust selle vahemaa võrra, mis eraldab niidi ja koormise ühenduspunkti koormise masskeskmest [**1 p.**]). Mõõdame stopperiga võnkeperioodi T [**3 p.**] kasutades mõõtetäpsuse huvides suurt võngete arvu [**1 p.**], nt $M = 20$. Seosest $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ [**2 p.**] saame pliiatsi ümbermõõdu $p = l/N = T^2 g/4\pi^2 N$ [**1 p.**]. Numbriline vastus [**1 p.**].