Eesti koolinoorte 52. füüsikaolümpiaad

12. veebruar 2005. a. Piirkondlik voor

Gümnaasiumi ülesannete lahendused

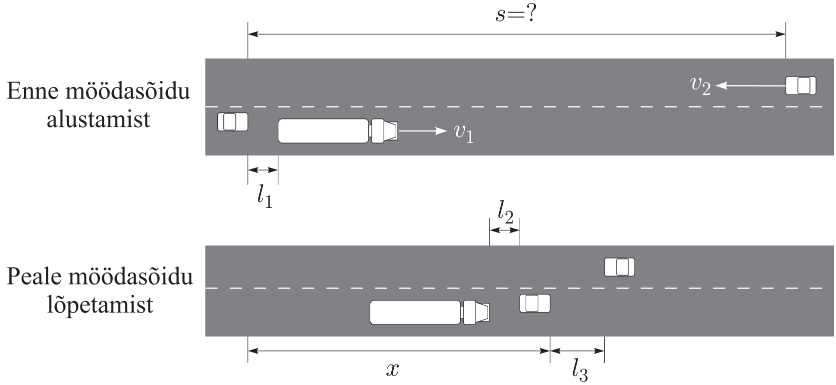
Eessõna

Käesoleval lahendustelehel on toodud iga ülesande üks õige lahenduskäik (mõnel juhul ka enam). Kõik alternatiivsed õiged lahenduskäigud tuleb hinnata samuti maksimumhindega. Iga alternatiivse lahenduskäigu jaoks tuleb kontrollijatel koostada hindamisskeem juhindudes juuresoleva hindamisskeemi punktijagamisproportsioonist. Soovituslikud maha-arvamise punktid: numbriline arvutusviga — 0,5 p.; viga teisendustes — 0,5 p. (märgi jms väiksem viga) või 1 p. (viga, mis viib dimensioonide konfliktini), maha arvata ainult üks kord, st edasikanduvat viga mitte karistada; kui vastus tuleb füüsikaliselt absurdne, siis võib täiendavalt karistada 0,5 punktiga; üksik viga lähtevalemis: 0,5 p. (kui märgiviga) kuni 50% (sisuline viga).

1. ülesanne (Veok):

Tähistagu x teepikkust, mille sõiduauto läbib möödasõidu lõpuks (vt. joon.) ja olgu t möödasõiduks kuluv ajavahemik. Vahemaa x läbib sõiduauto ühtlase kiirendusega a, alustades algkiirusega v_1, seega

$$x = v_1 t + \frac{at^2}{2} \quad [1\text{ p.}].$$



Teiselt poolt, veoauto liikumise põhjal

$$x = v_1 t + L_1 + L_2 + l_1 + l_2 \quad [2\text{ p.}].$$

Kahe viimase avaldise võrdsustamisel saame

$$\frac{at^2}{2} = L_1 + L_2 + l_1 + l_2 \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2\left(L_1 + L_2 + l_1 + l_2\right)}{a}} \quad [1\text{ p.}].$$

$$s = v_1 t + L_1 + L_2 + l_1 + l_2 + v_2 t + l_3 \quad [1\text{ p.}],$$

$$s = (v_1 + v_2)\sqrt{\frac{2\left(L_1 + L_2 + l_1 + l_2\right)}{a}} + L_1 + L_2 + l_1 + l_2 + l_3 \approx 349\text{ m} \quad [1\text{ p.}].$$

Alternatiivlahendus:

Kasutame möödasõidu aja leidmiseks veoauto taustsüsteemi, kus möödasõitva auto algkiirus on $u = 0$ [1 p.]:

$$\frac{at^2}{2} = L_1 + L_2 + l_1 + l_2 \quad [2\text{ p.}].$$

Selle aja jooksul lähenevad veoauto ja vastutulev auto vahemaa

$$s_1 = (v_1 + v_2)\, t \quad [1\text{ p.}]$$

võrra, mis tähendab, et möödasõitja algvahemaa on

$$s = s_1 + L_1 + L_2 + l_1 + l_2 + l_3 \quad [1\text{ p.}],$$

s.t. (asendades s_1 ja t eelnevatest võrranditest)

$$s = (v_1 + v_2)\sqrt{\frac{2\,(L_1 + L_2 + l_1 + l_2)}{a}} + L_1 + L_2 + l_1 + l_2 + l_3 \approx 349\ \mathrm{m}\ \ [1\ \mathrm{p.}].$$

2. ülesanne (Katus)

Tähistused: μ – hõõrdetegur; α – katuse nurk horisondi suhtes.

Vaatleme lund katusel kui kahte vastasmõjus olevat keha: üheks kehaks on lumi, mille all on vesi ning millele hõõrdejõud ei mõju ja teiseks kehaks kuival katusel olev lumi [1 p.]. Nende kahe osa vahel mõjuva jõu F võime lugeda katuse sihiliseks [1 p.] (selle sihi valime x-teljeks, y-telg on katuse sihiga risti). Arvestame, et lumi on ühtlase paksusega ja seega osade massid on võrdelised nende pikkustega:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{l}{L - l}\quad [1\ \mathrm{p.}].$$

y-telje sihiline tasakaaluvõrrand kuiva osa jaoks :

$$N_2 = m_2 g \cos\alpha \quad [1\ \mathrm{p.}],$$

kus N_2 on kuivale osale mõjuva katuse rõhumisjõud. x-telje sihiline tasakaaluvõrrand vesise ja kuiva osa jaoks :

$$F = m_1 g \sin\alpha \quad [1\ \mathrm{p.}],$$

$$\mu N_2 = F + m_2 g \sin\alpha \quad [1\ \mathrm{p.}].$$

Elimineerides kahest viimasest võrrandist F-i leiame

$$\mu N_2 = (m_1 + m_2)\, g \sin\alpha \quad [0{,}5\ \mathrm{p.}].$$

Asendades siia N_2 leiame

$$m_2 \mu g \cos\alpha = (m_1 + m_2)\, g \sin\alpha \quad [0{,}5 \text{ p.}].$$

Jagades läbi $m_2 g$-ga ja asendades esimesest võrrandist suhte m_1/m_2 saame

$$\frac{L}{L-l} = \mu \cot\alpha \quad [0{,}5 \text{ p.}],$$

millest

$$\frac{l}{L} = 1 - \mu^{-1} \tan\alpha \approx 0{,}16 \quad [0{,}5 \text{ p.}].$$

Alternatiivlähenemine:

Vaatleme lund katusel tervikliku süsteemina. Valime x-teljeks katuse sihi, y-telg on katuse sihiga risti. Lumekihile mõjuvad: raskusjõud mg, katusepinna toereaktsioonijõud N ning hõõrdejõud

$$F_h = \frac{L-l}{L}\, \mu N \quad [2{,}5 \text{ p.}].$$

Kordaja $(L-l)/L$ tuleb sellest, et hõõrdejud mõjub vaid $(L-l)$-pikkusel katuseosal. Tasakaaluvõrrand y-telje jaoks on

$$N = mg \cos' \alpha; \quad [2 \text{ p.}],$$

x-telje jaoks aga

$$mg \sin' \alpha = F_h = \frac{L-l}{L}\, \mu N\,; \quad [2 \text{ p.}].$$

Elimineerides kahest viimasest võrrandist N-i leiame

$$mg \sin' \alpha = \mu mg \cos' \alpha\, \frac{L-l}{L}\,; \quad [0{,}5 \text{ p.}].$$

Saame, et

$$\frac{L-l}{L} = \frac{\tan' \alpha}{\mu}; \quad [0{,}5 \text{ p.}].$$

Seega

$$\frac{l}{L} = 1 - \frac{\tan' \alpha}{\mu} \approx 0{,}16; \quad [0{,}5 \text{ p.}].$$

3. ülesanne (Lihvimisketas)

Kettal aja $t = 1\,\text{s}$ jooksul eralduv soojus

$$Q = \frac{\pi r^2 q}{s} \quad [1 \text{ p.}].$$

Sama aja jooksul voolanud vee mass

$$m = wt\rho \quad [1 \text{ p.}].$$

Et jahutusvesi kannab kogu eralduva soojuse, siis võib koostada soojusbalansi võrrandi aja $t = 1\,\text{s}$ jaoks:

$$\frac{\pi r^2 q}{s} = wt\rho c\,(t_2 - t_1) \quad [4 \text{ p.}].$$

Siit võrrandist avaldame t_2:

$$t_2 = t_1 + \frac{\pi r^2 qc}{swt\rho} \quad [1 \text{ p.}].$$

Pannes arvud asemele saame, et

$$t_2 \approx 39{,}9\ ^\circ\text{C} \approx 40\ ^\circ\text{C} \quad [1 \text{ p.}].$$

4. ülesanne (Vooluring)

Teisest skeemist näeme, et vooluallika elektromotoorjõud $\mathcal{E}$ võrdub voltmeetri näiduga,

$$\mathcal{E} = U_2 \quad [2 \text{ p.}].$$

Seega esimese skeemi jaoks

$$U_1 + I_1 r_a = \mathcal{E} = U_2 \quad [2 \text{ p.}],$$

teise skeemi jaoks

$$I_2 R + I_2 r_a = U_2 \quad [2 \text{ p.}],$$

kus r_a on ampermeetri sisetakistus. Viimase elimineerimisel saame

$$R = \frac{I_1 U_2 + I_2 U_1 - I_2 U_2}{I_1 I_2} = \frac{U_2}{I_2} + \frac{U_1}{I_1} - \frac{U_2}{I_1} \quad [2 \text{ p}].$$

5. ülesanne (Valgusvihk)

Ülesande lahendamisel osutub tarvilikuks teadmine, et läätsele selle optilise teljega paralleelselt langevad kiired (või murtud kiirte pikendused nõgusa läätse puhul) koonduvad fookuses punktiks. Seega on ainus moodus kahe läätse abil saada süsteem, mis teisendab paralleelse kimbu uuesti paralleelseks kimbuks selline, et läätsede fookused ühtivad [2 p.].

Esimene võimalus: kasutame kahte kumerläätse. Et kimbu diameeter suureneks, peab väiksema fookuskaugusega lääts olema eespool [1 p]. Lihtsast geomeetriast (sarnased kolmnurgad!) ilmneb, et ekkiva kiirtekimbu diameeter $D = df_2/f_1 = 2d$ [1,5 p.].

Teine võimalus: kasutame ühte kumerat ja ühte nõgusat läätse. Kui kumer lääts oleks esimene, siis kimbu diameeter väheneks [1 p.]. Seega paigutame nõgusa läätse kumera läätse ette. Nõgus lääts tekitab ebakujutise. Kumera läätse asetame nii, et selle fookus ühtiks nõgusläätse tekitatud ebakujutise asukohaga. Sarnastest kolmnurkadest leiame, et tekib kiirekimp diameetriga $D = df_{kumer}/f_3$. D omab suurimat väärtust, kui kasutame suurema fookuskaugusega läätse, $f_{kumer} = f_2$ [1 p.]. Niisiis $D = df_2/f_3 = 4d$ [1,5 p.].

Vastus: kiirtekimbu laiust saab suurendada neli korda, kasutades selleks nõgusläätse ja kumerläätse ($f_2 = 40$ cm) nii, et nende fookused ühtiksid.

6. ülesanne (Aerud)

Jõumomentide tasakaalu tingimus aeru jaoks (kirjutades selle välja tullide suhtes) annab meile aerulabadele mõjuva keskmise jõu: $F_l = Fa/b$ [3 p.].

Alternatiivne lähenemine: jõumomentide tasakaal aeru jaoks laba või käe suhtes: $F(a+b) = Nb$ või $F_l\,(a+b) = Na$ [1 p.], jõudude tasakaalu tingimus aeru jaoks $F + F_l = N$ [1 p.]; kahest võrrandist saab elimineerida toereaktsiooni N tullides: $F_l = Fa/b$ [1 p.].

Tasakaalutingimus süsteemi paat+aerutaja+aerud jaoks annab võrrandi:

$$\frac{2Fa}{b} = \alpha v^2 \quad [3\ \text{p.}]$$

(tegur 2 tuleneb kahest aerust; [−1 p.] selle teguri puudumise eest), millest

$$v = \sqrt{\frac{2Fa}{\alpha b}} = 2\ \text{m/s} \quad [1\ \text{p.}].$$

Kui aerulabad püsiksid tõmbamise ajal vee suhtes paigal, siis oleks võimsus

$$P = \frac{2vFa}{b} = 160\ \text{W} \quad [2\ p.].$$

Et aga aerulabad nihkuvad ilmselt veidi tagasi, siis on tegelik võimsus mõnevõrra suurem [1 p.].

7. ülesanne (Veekahur)

Olgu veejoa kiirus kahurist väljudes v. Et märk ja kahur asuvad samal kõrgusel ning õhutakistus puudub, siis märgini jõuab veejuga samuti kiirusega v [0,5 p.]. Aja t

jooksul väljub kahurist vesi massiga $m = \rho S v t$ [1 p.]. Väljuva vee kineetiline energia on: $E = mv^2/2$ [1 p.]; asendades massi leiame

$$E = \frac{\rho S v^3 t}{2} \quad [1 \text{ p.}].$$

Seega saame avaldada kahuri võimsuse

$$N = \frac{E}{t} = \frac{\rho S v^3}{2} \quad [1 \text{ p.}] \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt[3]{\frac{2N}{\rho S}} \quad [1 \text{ p}].$$

Jõud, millega veejuga tabab märki, on määratud vee impulsiga:

$$F = \frac{mv}{t} \quad [2\ p.] \quad \Rightarrow \quad F = \frac{\rho S v^2 t}{t} = \rho S v^2 \quad [1 \text{ p.}].$$

Asendades v saame

$$F = \sqrt[3]{4N^2 \rho S} \quad [1 \text{ p.}],$$

arvuliselt

$$F \approx 487\ \text{N} \quad [0{,}5 \text{ p.}].$$

8. ülesanne (Külmutusseade)

Külmutusseadme korral on tegu pööratud soojusmasinaga, seega kehtib ideaalse masina puhul seos

$$\frac{A}{Q_j} = 1 - \frac{T_k}{T_j} \quad [5 \text{ p.}],$$

kus mootori tehtud töö

$$A = Q_j - Q_k \quad [2 \text{ p.}].$$

Siinjuures Q_j ja Q_k on vastavalt jahutusvedelikule ära antud ja jahutatavalt kehalt ära võetud soojushulk. Elimineerides mitte-vajaliku suuruse Q_j saame

$$1 + \frac{Q_k}{A} = \frac{T_j}{T_j - T_k} \quad [1 \text{ p.}],$$

millest

$$Q_k = \frac{AT_k}{T_j - T_k} \quad [1 \text{ p.}].$$

Arvuliselt

$$Q_k \approx 22,6 \text{ kJ} \quad [1 \text{ p.}].$$

9. ülesanne (Takisti)

Raami läbiva magnetvoo suuruse muutus põhjustab raamis elektromotoorjõud $\mathcal{E} = d\Phi/dt = Blv$ [3 p.]. Elektromotoorjõud põhjustab raamis voolu $I = \mathcal{E}/R$ [2 p]. Magnetväljas mõjub vooluga juhtmele jõud $F = BIl$ [3 p.]. Elimineerides I ja $\mathcal{E}$ leiame

$$F = \frac{B^2 l^2 v}{R} \quad [2 \text{ p.}].$$

10. ülesanne (Risttahukad)

Triibuline pilt tekib selle pärast, et interfereeruvad plaadilt ja prisma ülapinnalt peegeldunud kiired [2 p.]. Serva 2 juures on nimetatud kiirte optiliste teepikkuste erinevus null [1 p.] ning serva 1 juures võrdne kahekordse prismade pikkuste erinevusega 2δ [2 p.]. Loeme kokku kahe serva vahele jäänud interferentsjooned $n = 17$ [1 p.]. Iga joon vastab käiguvahele λ [2 p.]. Seega saame võrrandi

$$2\delta = n\lambda \quad [2 \text{ p.}],$$

millest klaastahukate kõrguste erinevus

$$\delta = n \, \frac{1}{2} \, \lambda \approx 5{,}9 \ \mu\mathrm{m} < \Delta d = 7 \ \mu\mathrm{m} \quad [1 \text{ p.}].$$

Niisiis detailid on kõlblikud.

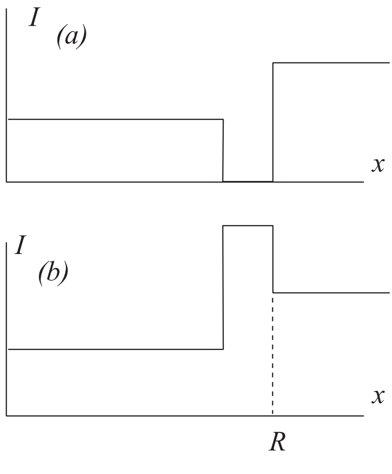
Vähim eristatav kõrguste vahe vastab interferentspildil ühele maksimumide vahelisele kaugusele, st (kasutades eelmist valemit asendusega n=1) saame $\sigma = \lambda/2 \approx 350$ nm [1 p.].

<u>*Märkus 1*</u>: viimase valemi puhul võinuks ka lugeda, et suudame difraktsioonipildil eristada juba vahemaad miinimumist maksimumini, mis vastab asendusele $n \to 1/2$. Kui selline (või analoogne) eeldus on selgelt fikseeritud, siis tuleb vastav (veatult tuletatud) lõpptulemus lugeda samuti täispunkti vääriliseks.

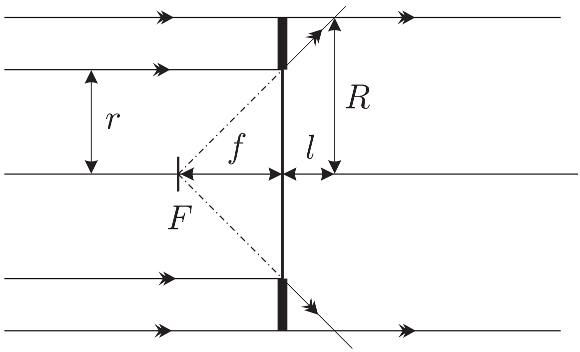
<u>*Märkus 2*</u>: Jooniselt 2 on näha, et serval 2 on miinimum. See on tingitud sellest, et peegeldumisel optiliselt tihedamast keskkonnast tekib faasinihe π. Et nimetatud faasinihe on terve interferentspildi ulatuses konstantne, siis see vastust mingilgi määral ei mõjuta.

E1. ülesanne (Nõguslääts)

Sõltuvalt läätse kaugusest ekraanist võib olla nähtav läätse hoidja tume vari: juhtum *(a)*, vt joonis [2 p.]. Kui kaugus on suurem, siis on läätse taguse tumedama piirkonna ja fooni vahel heledam piirkond, kuhu jõuavad nii otse tulevad kiired, kui ka läätsest hajunud kiired: juhtum *(b)*, vt joonis [2 p.].



Fookuskauguse võib leida nt siis, kui mõõdame juhtumil *(b)* heleda piirkonna diameetri $D = 2R$ — siis, kui läätse kaugus ekraanist on l.



Leiame fookuskauguse f sarnastest kolmnurkadest

$$\frac{f+l}{D} = \frac{f}{d} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{ld}{D-d} \quad [2\text{ p.}].$$

Mõõtmised: Mõõtmised on dokumenteeritud ja nende põhjal on leitud f [1 p.]; tulemus on tõepärane [1 p.]. Mõõtmisi on korratud mitu korda [1 p.]. Hinnatud on mõõteviga [1 p.].

E2. ülesanne (Nöör)

Lahendus 1 (vale).

Selle lahenduse puhul me ignoreerime hõõret laua serva vastu, mis tegelikult on oluline.

Katse idee [2 p.] Olgu nööri pikkus l. Lasta nööri üks ots rippu üle laua serva, selle pikkus olgu l_2. Määrata laual lebava osa pikkus l_1 hetkel kui nöör hakkab laualt maha libisema.

Teooria. Nööri joontihedus (pikkusühiku mass) olgu ρ. Maksimaalne seisuhõõrdejõud F_h on võrdne rippuva nööriosa raskusjõuga

$$F_h = \rho g l_2 \quad [1\text{ p.}].$$

Nööri rõhumisjõud lauale võrdub nööriosa raskusjõuga, mille pikkus on l_1:

$$F_h = \rho g l_1 \quad [1\text{ p.}].$$

Seega hõõrdetegur μ:

$$\mu = \frac{F_h}{F} = \frac{l_2}{l_1} \quad [1 \text{ p.}].$$

Katse ja mõõtmised: Katsearuanne on vormistatud arusaadavalt [1 p.]. Katset on korratud mitu korda [1 p.]. Hinnatud on mõõteviga [2 p.]. Tulemus on tõepärane [1 p.].

Numbriline näide: $l = 45$ cm, $l_1 = 17$ cm, $l_2 = 28$ cm. Seega $\mu = 1{,}65$. Imeliku vastuse ($\mu > 1$) põhjus on selles, et me ei arvestanud hõõret vastu nurka.

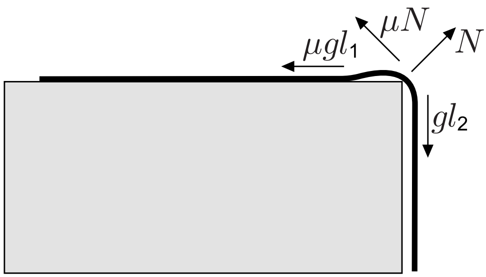
Kokku ülesande eest maksimaalselt 10 p.

Lahendus 2.

Mõõtmised samad, mis lahenduses 1 (katse idee endiselt [2 p.]), aga arvutame hoolikamalt.

Panen tähele, et nöör ei paindu ümber nurga, vaid oma mõningase jäikuse tõttu puudutab laua nurka umbes 45-kraadise nurga all (horisondi suhtes) [1 p.]. Seega valem $T \propto e^{\mu\varphi}$ ei tööta (see eeldab, et nöör jälgib nurga kõverust, st liibub). Valemi $T \propto e^{\mu\varphi}$ tuletamisel/rakendamisel teooria eest kuni 5 p. Idee 2p, vormistus 1p, kordusmõõtmised 1p, mõõteviga 2p, tulemuse tõepärasus 2p: kokku ülesande eest maksimaalselt 13 p.

Tuletame uue valemi lähtudes joonisest.



Esitame võrrandid, kus ρg on välja taandatud.

$$\sqrt{2} l_2 = (\mu + 1) N \quad [2 \text{ p.}]$$

$$\mu l_1 + l_2 = \sqrt{2} N \quad [2 \text{ p.}].$$

Siit leiame

$$\mu^2 l_1 + \mu (l_2 + l_1) - l_2 = 0 \quad [2 \text{ p.}].$$

Niisiis

$$\mu = \frac{\sqrt{l_2^2 + l_1^2 + 6l_1 l_2} - 2(l_2 + l_1)}{2l_1} \quad [1 \text{ p.}].$$

Lahendusest 1 võetud mõõtmistulemuste järgi

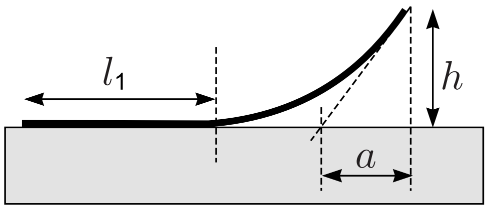
$$\mu \approx 0{,}52.$$

Katse ja mõõtmised: katsearuanne on vormistatud arusaadavalt [1 p]. Katset on korratud mitu korda [1 p.]. Hinnatud on mõõteviga [2 p]. Tulemus on tõepärane [2 p.].

Kokku ülesande eest maksimaalselt 16 p.

Lahendus 3.

Lohistame nööri piki pinda ja teostame joonisel näidatud mõõtmised. Katse idee: 2p.



Leiame: $l_1 = 18\,\text{cm}$, rippuva osa pikkus $l_2 = L - l_1 = 27\,\text{cm}$, $h = 20\,\text{cm}$, $a = 7\,\text{cm}$. Paneme tähele, et pikkuse a mõõtmistulemus on üsna ebatäpne (kasutame nööri puutujana joonlauda). Paneme tähele, et rippuva nööri pinge horisontaalkomponendi konstantsusest johtuvalt

$$\mu g l_1 = T \cos\alpha = g l_2 \cot\alpha \quad [3 \text{ p.}],$$

kus $\cot\alpha = a/h$ [1 p.]. Niisiis $\mu = l_2 a / l_1 h \approx 0{,}5$.

Katse ja mõõtmised: katsearuanne on vormistatud arusaadavalt [1 p.]. Katset on korratud mitu korda [1 p.]. Hinnatud on mõõteviga [2 p.]. Tulemus on tõepärane [2 p.].

Kokku ülesande eest maksimaalselt 12 p. Märkus: madal punktisumma on motiveeritud antud meetodi madala täpsusega.