Eesti koolinoorte 48. füüsikaolümpiaad

20. jaanuar 2001. a. Piirkondlik voor

Keskkooli ülesannete lahendused

1. ülesanne

<u>Antud</u>: $\lambda = 500$ nm — lainepikkus; $\nu = 4{,}5 \cdot 10^{14}$ Hz — sagedus.

Arvutame valguse kiiruse aines: $v = \lambda\nu = 2{,}25 \cdot 10^8$ m/s. Vastavalt definitsioonile murdumisnäitaja $n = c/v = 1{,}333$.

2. ülesanne

<u>Antud</u>: $C_1 = C = 1$ nF — esimese kondensaatori mahtuvus; $U_2 = U = 300$ — pinge teisel kondensaatoril enne ühendamist; $q_1' = q = 0{,}2$ μC — laenguhulk, mille omandas esimene kondensaator ühendamise käigus.

Tähistame kõik esimese kondensaatori parameetrid indeksiga 1, teise kondensaatori parameetrid indeksiga 2 ning ühendatud kondesaatorite parameetrid märgime primmiga.

Kuna kondensaatorid on ühendatud rööbiti, siis pinged nende plaatidel on võrdsed ehk $U_1' = U_2' = U'$. Kuna kondesaatori mahtuvus ei sõltu kondensaatori laengust, siis $U_1' = q_1'/C_1$ ehk $U' = q/C$.

Kuna üks kondensaatoritest oli laadimata, siis kondensaatorite ühendamisel toimub vaid teise kondensaatori laengu osaline kandumine esimesele kondensaatorile, süsteemi summaarne laeng aga sellega ei muutu ehk $q_1+q_2 = q_1'+q_2'$. Kuna $q_1 = 0$ ja $q_1' = q$, saame $q_2 = q+q_2'$, kust leiame teise kondensaatori mahtuvuse:

$$U_2C_2 = U_1'C_1 + U_2'C_2 \quad \text{ehk} \quad UC_2 = q + \frac{qC_2}{C}, \quad \Rightarrow$$

$$C_2 = \frac{q}{U - q/C} = 2 \text{ nF}.$$

Vabanenud energia on süsteemi alg- ja lõppoleku potentsiaalsete energiate vahe:

$$E' - E = \frac{C_2 U^2}{2} - \frac{(C_2 + C)\, U'^2}{2} = \frac{C_2 U^2}{2} - \frac{(C_2 + C)\, q^2}{2C^2} = 30\ \mu\text{J}.$$

3. ülesanne

Kera puruneb hetkel, mil mehaaniline pinge σ tema ristlõikes saab võrdseks materjali tugevuspiiriga σ_{max}. Mehaaniline pinge avaldub kui $\sigma = F/S$, kus F on keras mõjuv kulooniline jõud, $S = \pi r^2$ on kera ristlõikepindala ning r — kera raadius. Kuloonile jõud kahe kera pinna vastaspunktide vahel avaldub valemina: $F = kQ^2/r^2$. Järelikult

$$\sigma = \frac{kQ^2}{\pi r^4} = \sigma_{max} \quad \Rightarrow \quad Q = \sqrt{\frac{\pi \sigma_{max} r^4}{k}}\,.$$

Teise rõnga puhul on $r' = 3r$ ja $\sigma'_{max} = 10\sigma_{max}$. Järelikult

$$Q' = \sqrt{\frac{\pi \cdot 10\sigma_{max} \cdot (3r)^4}{k}} = \sqrt{\frac{\pi \cdot 10\sigma_{max} \cdot (3r)^4}{k}} \approx 28Q.$$

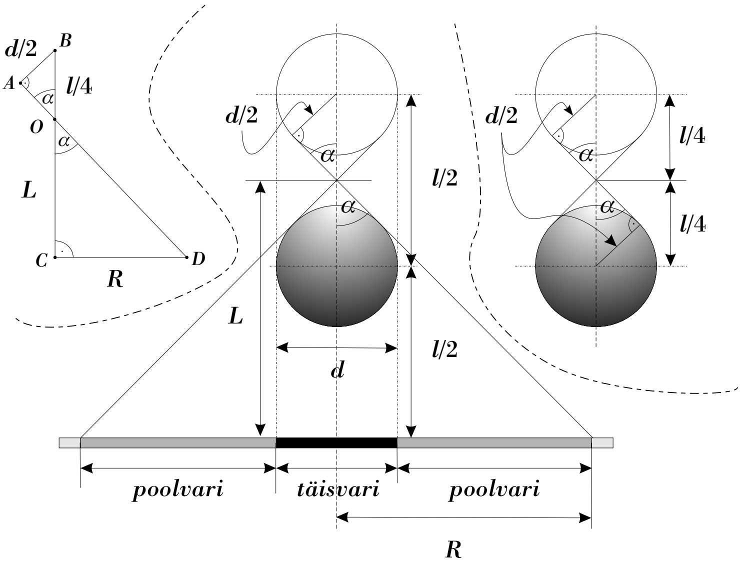
4. ülesanne

<u>*Antud*</u>: $l = 1$ m — valgusallika keskpunkti kaugus ekranist; $l/2$ — läbipaistamtu kera keskpunkti kaugus ekraanist; $d = 1$ dm — kerade diameeter.

Täisvarju pindala leidmine on elementaarne:

$$S_t = \frac{\pi d^2}{4} \approx 0{,}0079\ \text{m}^2.$$

Poolvari moodustab ringi pindalaga $S_p = \pi R^2$. Jooniselt leiame poolvarju ringi raadiuse, kasutades poolvarju koonuse tipunurka: $\tan\alpha = R/L$, kus L on poolvarju koonuse kõrgus. Eraldi toodud joonisel on näidatud, et kiirte lõikepunkt asub täpselt kerade keskpunktide vahel (see tuleneb tipukolmnurkade võrdsusest), järelikult



$L = l/2 + l/4 = 3l/4$ ning

$$S_p = \pi \left(L \tan\alpha\right)^2 = \frac{9\pi l^2}{16} \tan^2\alpha\ .$$

Nurga α leiame teades, et ringjoone puutuja on risti ringjoone raadiusega kokkupuutepunktis. Joniselt leiame, et

$$\tan\alpha = \frac{d/2}{\sqrt{(l/4)^2 - (d/2)^2}} = \frac{2d}{\sqrt{l^2 - 4d^2}}\ .$$

Asendame saadud tulemuse valemisse poolvarju pindala jaoks

$$S_p = \frac{9\pi l^2}{16}\,\frac{4d^2}{l^2 - 4d^2} = \frac{9\pi}{4}\,\frac{d^2 l^2}{l^2 - 4d^2} \approx 0{,}074\ \mathrm{m}^2\ .$$

Poolvarju raadiuse võib leida ka kolmnurkade OAB ja OCD sarnasusest (vt. joon.). Sellest saame, et $DC/BA = CO/AO$ ehk

$$\frac{R}{d/2} = \frac{L}{\sqrt{(l/4)^2 - (d/2)^2}} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad R = \frac{3dl}{8\sqrt{l^2/16 - d^2/4}} = \frac{3}{2}\frac{dl}{\sqrt{l^2-4d^2}} \; .$$

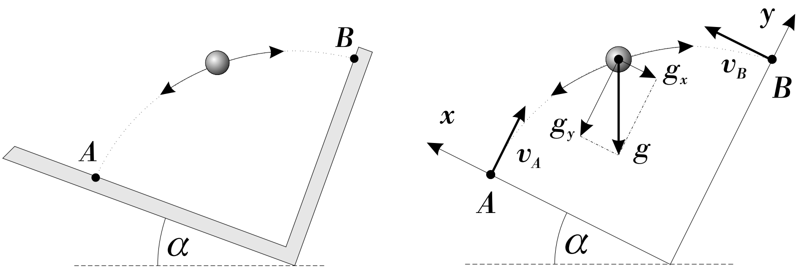
Teades R võime lihtsalt arvutada poolvarju pindala valemist

$$S_p = \pi R^2 = \pi\left(\frac{3}{2}\frac{dl}{\sqrt{l^2-4d^2}}\right)^2 = \frac{9\pi}{4}\frac{d^2l^2}{l^2-4d^2} \; .$$

5. ülesanne

<u>Antud</u>: Δt — aeg kokkupõrgete vahel; g — vaba langemise kiirendus.

Kuulike põrkub seinalt peegeldumisseaduse järgi: peegeldumisnurk on võrdne langemisnurgaga. Kuna trajektoor on statsionaarne, siis peab kuulike põrkuma risti renni seintega, sest ainult sellel juhul langevad langemistrajektoor ja peegeldumistrajektoor kokku.



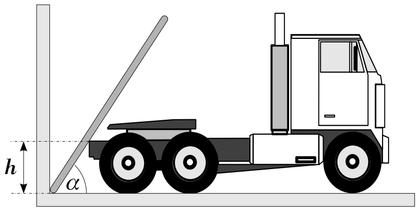
Valime koordinaatsüsteemi nii, et koordinaatteljed langevad kokku renni seintega. Hetkel, kui kuulike põrkub punktis A, on tema kiiruse x-telje suunaline komponent võrdne nulliga, kui aga kuulike põrkub punktis B — võrdub nulliga tema y-telje suunaline kiiruse komponent.

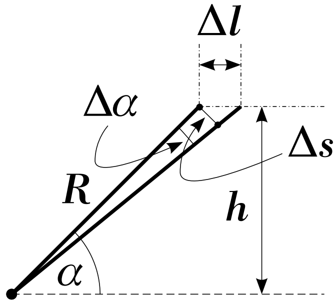
Kiirenduse komponendid valitud süsteemis on $g_x = -g\cos\alpha$ ja $g_y = -g\sin\alpha$. Iga kiirenduse komponent mõjutab ainult vastavat kiiruse komponenti. Järelikult võime vaadelda eraldi, näiteks, ainult kiiruse ja kiirenduse x-komponente. Punktis A on kiiruse komponent v_x võrne nulliga. Aja Δt jooksul kasvab kiiruse komponent väärtuseni $v_x = 0 - g_x\Delta t = -g\cos\alpha\Delta t$. Kokkupõrge hetkel muudab kiiruse vektor oma suuna vastupidiseks, järelikult $v_B = g\cos\alpha\Delta t$ Analoogilise mõttekäiguga saame, et $v_A = g\sin\alpha\Delta t$.

6. ülesanne

<u>*Antud*</u>: h — palgi toetuspunkti ja maa vaheline kaugus; α — palgi kaldenurk.

Teepikkus, mille auto läbib ajavahemiku Δt jooksul on $\Delta l = vt$. Selle ajavahemiku jooksul muutub palgi kaldenurk $\Delta\alpha$ võrra. Tähistades palgi kinnituspunkti ja palgi ning veoauto puutepunkti vahelise kauguse kui R, saame $\Delta\alpha = \Delta s/R$, kus Δs on Δl projektsioon palgiga ristuvale tasandile.





Teadaolevalt avaldub nurkkiirus valemiga $\omega = \Delta\alpha/\Delta t$, järelikult

$$\omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t} = \frac{\Delta s}{R\Delta t}.$$

Kuna $\Delta s = \Delta l \sin\alpha$ ja $R = h/\sin\alpha$, siis

$$\omega = \frac{\Delta l \sin\alpha}{(h/\sin\alpha)\cdot\Delta t} = \frac{v\Delta t\sin^2\alpha}{h\Delta t} = \frac{v\sin^2\alpha}{h}\ .$$

7. ülesanne

<u>*Antud*</u>: $\varepsilon = 13$ kJ — 1 grammi vesiniku ja hapniku segu kütteväärtus; $T = 1000$ K — gaasi temperatuur düüsist väljumisel; $U = 3pV$ — gaasi siseenergia; $R = 8{,}31$ J/mol $\cdot$ K — universaalne gaasikonstant; $\mu = 18$ g/mol — vee molaarmass.

Gaasi adiabaatilisel (s.t. sellisel, mille puhul puudub soojusvahetus ümbritseva keskkonnaga) paisumisel muundub tema siseenergia mehaaniliseks kineetiliseks energiaks. Olgu kütuse mass m. Selle kütuse põlemisel eraldub energiat $E = \varepsilon m$. Valemit

$$pV = \frac{m}{\mu} RT$$

arvestades saame, et düüsist väljumisel on selle gaasikoguse siseenergia $U = 3pV = 3mRT/\mu$, gaasi kineetiline energia aga avaldub valemina $K = mu^2/2$. Energia jäävuse tõttu

$$\varepsilon m = 3\,\frac{m}{\mu}\,RT + \frac{mu^2}{2} \quad \Rightarrow \quad u = \sqrt{2\varepsilon - \frac{6RT}{\mu}} \approx 4{,}8\ \text{km/s}.$$

8. ülesanne

Igal sammul eralduv energia on arvutatav samamoodi nagu vedru kokkusurumisel tehtav töö

$$A = \frac{F_{\max} x_{\max}}{2} = \frac{mgh}{2}\,.$$

Niisiis

$$N = \frac{A}{t} = \frac{Av}{l} = \frac{mgh}{2}\,\frac{v}{l} \approx 18\,\text{W}.$$

9. ülesanne

a) Punktis 1 on vesi atmosfäärirõhule vastaval keemistemperatuuril. Lõigul 1-2 toimub vee isohoorne kuumutamine. Rõhu kasvamise tõttu kasvab ka keemistemperatuur. Lõigul 2-3 toimub isobaarne aurustumine ja ruumala kasv tekkiva auru arvel. Lõigul 3-4 toimub auru isohoorne jahtumine ja kondenseerumine. Lõigul 4-1 toimub auru isobaarne kondenseerumine.

b) Kasutegur $\eta = A/Q$, kus A ja Q on vastavalt tsükli vältel sooritatud töö ja veele antud soojushulk. Olgu vaatlusaluse veehulga mass m, nii et punktis 3 on kogu vedelik muutunud auruks. Siis on $A = (p_2 - p_1)\,V$, kus auru ruumala V leiame ideaalse gaasi olekuvõrrandist:

$$V = \frac{mRT_2}{\mu p_2}\,.$$

Soojushulk, mis läheb vedeliku kuumutamiseks ja aurustamiseks on

$$Q = mc\,(T_2 - T_1) + m\lambda.$$

Asendades A, V ja Q avaldisse η jaoks, saame

$$\eta = \frac{RT_2}{\mu}\,\frac{1 - p_1/p_2}{c\,(T_2 - T_1) + \lambda} \approx 8{,}2\ \%.$$

10. ülesanne

Oletame, et kõikide autode pidurdusteed on võrdsed. Kui esimene auto hakkas pidurdama, asus teine auto temast kaugusel $L = v\tau = 25 \cdot 2 = 50$ m. Selleks, et esimese ja teise auto esiotsade kaugus pidurdustee lõpus oleks $l = 6$ m, peab teine auto hakkama pidurdama 6 m enne seda punkti, kus hakkas pidurdama esimene auto. Hetkel, kui teine auto jõuab sellesse punkti, on ta läbinud vahemaa $\Delta l = L - l = 50 - 6 = 44$ m kiirusega $v = 25$ m/s. Selle vahemaa läbimiseks kulus tal aeg $\tau_1 = \Delta l/v = 44/25 = 1{,}76$ s. Järelikult on ummik kasvanud 6 m võrra 1,76 sekundi jooksul, mis annab ummiku kasvamise kiiruseks:

$$u = \frac{l}{(v\tau - l)/v} = \frac{l}{\tau_1} = \frac{6}{1{,}76} \approx 3{,}4\ \text{m/s}.$$

Seda ülesannet saab ka teistmoodi lahendada. Olgu otsitav kiirus u. Läheme ummiku tagumise servaga seotud süsteemi — see liigub kiirusega u. Selles süsteemis on ummikust vabas osas autode kiirus $u + v$ ning ummiku poolt hõivatud osas — u. Selles süsteemis on autode tihedus piki teed statsionaarne, seetõttu peab olema teatud ajavahemiku jooksul mingisse teelõiku sisenevate autode arv olema võrdne sealt väljuvate autode arvuga. Valigem see teelõik nii, et esimene ots oleks ummiku piirkonnas, tagumine aga sealt väljas. Igas sekundis läbib esimest otsa u/l autot ja tagumist otsa $(v + u)/v\tau$ autot. Seega $v^{-1} + u^{-1} = \tau/l$ ning järelikult

$$u = \frac{1}{\tau/l - v^{-1}} = \frac{v}{v\tau/l - 1} \approx 3{,}4\ \text{m/s}.$$

Märkus: Teise lahenduse põhjal on muuseas näha, et vastus ei sõltu sellest, mil viisil iga auto pidurdab. Lahendusidee minna üle frondiga seotud taustsüsteemi on universaalne ning rakendatav paljude löök-laine või statsionaarse lainetuse levimisega seotud ülesannete puhul (näit. leida heli või tsunami levimiskiirus).

E1. ülesanne

Lahendus: Määrata plastiliini ruumala sukeldumismeetodil. Valmistada plastiliinist laevuke ja mõõta selle poolt väljatõrjutud vedeliku ruumala. Tuletada ujumise tingimusest valem plastiliini tiheduse arvutamiseks: $\rho_{pl} = \rho_v \cdot (V_{vv}/V_{pl})$. Arvutada plastiliini tihedus. Vastus oleneb plastiliini sordist ja on ca 1,1 . . . 1,2 g/cm^3.

Hindamine: Idee — 40%, valemi tuletamine — 30%, mõõtmine — 20%, arvutamine — 10%.

E2. ülesanne

Lahendus: Tuleb vaadata läbi vedelike mingit eset või kujundit paberil. Teatud kauguse korral saame suurendatud kujutise. Mida suurem on kujutis, seda suurem on murdumisnäitaja, sest murdva pinna kumerus on mõlemal juhul ühesugune. Suuremale murdumisnäitajale vastab suurem murdumisnurk, sellele aga suurem kujutis. Parim seletus on joonise abil, kus on näha kujutise tekkimine läätses kahel juhul. Suuremale murdumisnäitajale vastab aga väiksem fookuskaugus.

Hindamine: Idee — 50%, põhjendamine joonisega — 50%, ilma jooniseta — 30%.