Eesti koolinoorte 67. füüsikaolümpiaad

9. juuni 2020. a. Lõppvoor.

Põhikooli ülesannete lahendused

1. (*AERUTAMINE*) (*6 p.*) *Autor: Jaan Kalda*

Läheme keeristega seotud taustsüsteemi. Et igas kolmes sekundis tekib üks keeris paadi asukohas juurde, eelmisest keerisest 4 meetri kaugusel, peab paadi kiirus selles taustüsteemis olema $u = \frac{4}{3}\,\mathrm{m/s} = 4{,}8\,\mathrm{km/h}$. Seega liiguvad keerised vee taustüsteemis kiirusega $w = u - v = 1{,}2\,\mathrm{km/h}$, paadi liikumisele vastassuunas.

2. (*MÄNGUASI*) (*6 p.*) *Autor: Aigar Vaigu, lahendus: Oleg Košik*

Vaatame ülemist vasakpoolset nööri. Talle mõjub alla koormiste summaarne raskusjõud $F_1 = (10 + 20 + 50)g$, mis tasakaalustatakse ülemise lati kinnituskohas mõjuva jõuga. Paremal mõjub sarnaselt jõud $F_2 = 40g$. Olgu ülemise lati vasku poole pikkus l_1 ja parema oma l_2. Kangi reegli kohaselt $F_1 l_1 = F_2 l_2$, kust

$$\frac{l_2}{l_1} = \frac{F_1}{F_2} = \frac{80g}{40g} = 2.$$

Vastus: Parempoolne osa on 2 korda pikem.

3. (*RÖÖPAD*) (*6 p.*) *Autor: Kaur Aare Saar*

Soojuspaisumisest tingitud suhteline pikenemine on $\varepsilon = \alpha(T_{max} - T_0)$. Rõhk, mis põhjustab vastava pikenemise, on $p = E\varepsilon = E\alpha(T_{max} - T_0)$. Jõud, millega peab rööpaid eelpingutama: $F = pS = SE\alpha(T_{max} - T_0) = 465\,\mathrm{kN}$.

Vastus: $465\,\mathrm{kN}$

4. (*ELEKTRILAMBID*) (*8 p.*) *Autor: Koit Timpmann, lahendus: Oleg Košik*

Kui lampidel on ühesugune nimipinge ja nimivõimsus, on neil kõigil ka sama takitus R. Olgu patarei pinge U.

Kui lüliti on avatud, on vooluringis lambid L_1 ja L_2 jadamisi ning vooluringi läbib vool $I_0 = \frac{U}{2R}$. Lampidel eraldub sama võimsus

$$N_{1,0} = N_{2,0} = I_0^2 R = \frac{U^2}{4R}.$$

Peale lüliti sulgemist on vooluringi kogutakistus $R_k = R + \frac{R}{2} = \frac{3R}{2}$ ning voolutugevus terves vooluringis

$$I_1 = \frac{U}{R_k} = \frac{2U}{3R}.$$

Lampi L_2 läbib voolutugevus $I_2 = \frac{I_1}{2} = \frac{U}{3R}$. Lambil L_1 eralduv võimsus on

$$N_{1,1} = I_1^2 R = \frac{4U^2}{9R}.$$

Lambil L_2 eralduv võimsus on

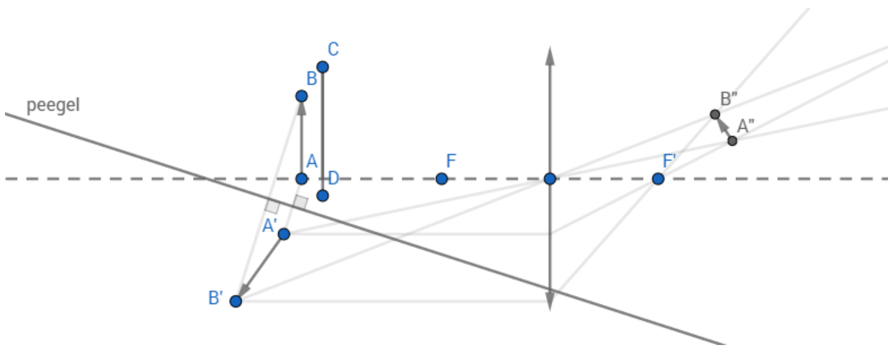
$$N_{2,1} = I_2^2 R = \frac{U^2}{9R}.$$

Näeme, et pärast lüliti sulgemist põleb lamp L_1 neli korda suurema võimsusega.

Vastus: Enne lüliti sulgemist sama võimsusega, pärast põleb L_1 neli korda suurema võimsusega.

5. (*PEEGEL*) (*8 p.*) *Autor: Hannes Kuslap*

Olgu $A'B'$ eseme peegeldus. Selle asukoha saab leida $A''B''$ kujutise kontrueerides. Peegli asukoht on AA' ja BB' keskristsirge.



6. (*VEDRUD*) (*10 p.*) *Autor: Jaak Kikas*

Kasutame seost elastse vedru pikenemise Δx ja mõjuva jõu F vahel

$$F = k\Delta x.$$

Vedrude "järjestikühendusel" on mõlemas vedrus jõud F (et kumbki vedru oleks tasakaalus) ning nende pikenemised liituvad:

$$\frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2} = a.$$

"Paralleelühendusel" on vedrude pikenemised võrdsed, mõjuvad jõud liituvad:

$$F = k_1 b + k_2 b.$$

Nende kahe võrrandi lahendamine annab

$$k_{1,2} = \frac{F}{2b}\left(1 \pm \sqrt{1 - 4b/a}\right),$$

mis annab $k_1 = 400\,\mathrm{N/m}$ ja $k_2 = 1600\,\mathrm{N/m}$.

Vastus: Vedrude jäikused on $400\,\mathrm{N/m}$ ja $1600\,\mathrm{N/m}$.

7. (*PAAT*) (*10 p.*) *Autor: Hannes Kuslap*

Paat liigub jõe taustsüsteemis kiirusega $v+u$. Seega liigub aer jõe taustsüsteemis kiirusega $w-(v+u)$. (Et paat liiguks edasi, peab kehtima $w > v + u$.)

Kuna jõud on võrdeline kiiruse ruuduga, siis leiduvad konstandid k_{aer} ja k_{paat}, mille puhul

$$F_{aer} = k_{\mathrm{aer}} \cdot (w - v - u)^2$$

$$F_{paat} = k_{\mathrm{paat}} \cdot (v + u)^2$$

Summaarne lükkejõud peab olema võrdne paadi pidurdumisest tekkiva jõuga, et paadi kiirus püsiks ühtlane.

$$F_{\mathrm{aer}} = F_{\mathrm{paat}}$$

$$k_{\mathrm{aer}} \cdot (w - v - u)^2 = k_{\mathrm{paat}} \cdot (v + u)^2$$

Kiirusel $2v$ on paadi kiirus vee suhtes $2v + u$. Olgu uus aerude tõmbamise kiirus paadi suhtes w'. Seega aeru kiirus vee suhtes on $w' - 2v - u$ ning k_{aer} ja k_{paat} ei muutu. Pannes jällegi kirja jõudude tasakaalu, saame

$$k_{\mathrm{aer}} \cdot (w' - 2v - u)^2 = k_{\mathrm{paat}} \cdot (2v + u)^2$$

Jagades võrduste vastavad pooled ja teades, et $w-v-u>0$ ning $w'-2v-u>0$, saame

$$\frac{(w'-2v-u)^2}{(w-v-u)^2}=\frac{(2v+u)^2}{(v+u)^2}$$

$$\frac{w'-2v-u}{w-v-u}=\frac{2v+u}{v+u}$$

$$(w'-2v-u)(v+u)=(2v+u)(w-v-u)$$

$$w'(v+u)-(2v+u)(v+u)=w(2v+u)-(2v+u)(v+u)$$

$$w'(v+u)=w(v+u)$$

$$w'=w\cdot\frac{2v+u}{v+u}$$

Vastus: Kiirusel $2v$ sõites peavad nad tõmbama aere kiirusega $w\frac{v+u}{2v+u}$.

8. (*PUUDUV TAKISTI*) (*10 p.*) *Autor: Sandra Schumann*

Enne lüliti sulgemist on $U_1=U_2=U$. Pärast lüliti sulgemist on vool skeemis

$$I=\frac{U}{R_1+R_2+R_3},$$

millest $U_1=U\frac{R_2+R_3}{R_1+R_2+R_3}$ ja $U_2=U\frac{R_3}{R_1+R_2+R_3}$. Seega saame, et

$$0.9\leq\frac{R_2+R_3}{R_1+R_2+R_3}$$

ja

$$0.8\leq\frac{R_3}{R_1+R_2+R_3}$$

Teiste sõnadega,

$$9R_1-R_3\leq R_2$$

ja

$$R_2\leq\frac{1}{4}R_3-R_1.$$

Takistite väärtused sisse asendades saame, et $80\Omega\leq R_2\leq 105\Omega$.

Vastus: $80\Omega\leq R_2\leq 105\Omega$

9. (*VEE JÄÄTUMINE*) (*12 p.*) *Autor: Oleg Košik*

Olgu vee mass m ja sügavkülma temperatuur T_0 kraadi. Temperatuuril $T_1 = 21$ kraadi on soojusvahetuse võimsus

$$P_1 = k(T_1 - T_0).$$

Temperatuuril $T_2 = 6$ kraadi on soojusvahetuse võimsus

$$P_2 = k(T_2 - T_0).$$

Jagades need seoses omavahel läbi, saame

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{21 - T_0}{6 - T_0}.$$

Graafiku tõus igas punktis on temperatuuri muutumise kiirus $v = \frac{\Delta T}{\Delta t}$, mis on võrdeline soojusvahetuse võimsusega läbi seose $P = cmv$. Graafikult mõõdame, et 21 kraadi juures on temperatuuri muutmise kiirus $v_1 \approx 1{,}95\,°\mathrm{C/min}$ ning 6 kraadi juures $v_2 \approx 1{,}15\,°\mathrm{C/min}$, seega on 21 kraadi juures tõus 1,7 korda suurem, kui 6 kraadi juures. Seega

$$1{,}7 = \frac{21 - T_0}{6 - T_0} \quad \Rightarrow \quad T_0 = -15\,°\mathrm{C}.$$

Temperatuuril $T_3 = 0$ kraadi on soojusvahetuse võimsus

$$P_3 = k(T_3 - T_0).$$

Jagades läbi esimese seosega, saame

$$\frac{P_3}{P_1} = \frac{0 - (-15)}{21 - (-15)} = \frac{5}{12}.$$

Nüüd $P_1 = cmv_1$, millest $P_3 = \frac{5}{12}P_1 = \frac{5}{12}cmv_1$.

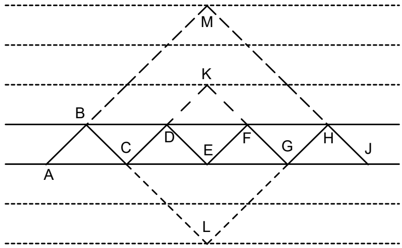
Kui t on otsitav aeg, saame

$$\lambda m = P_3 t = \frac{5}{12}cmv_1,$$

kust

$$t = \frac{12\lambda}{5cv_1} \approx 97\,\text{minutit}.$$

Vastus: 97 minutit.

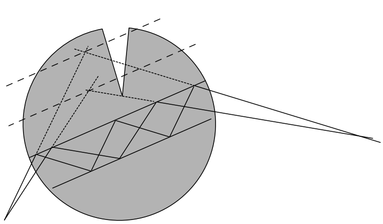


Joonis 1

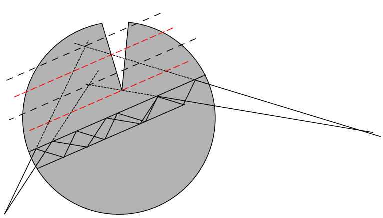
10. (*OPTILINE SEADE*) (*14 p.*) *Autor: Jaan Kalda*

Kõigepealt vaatleme kiirte käiku kahe paralleelse peegli vahel joonisel 1. Kui peegeldame sik-sakilisest kiirest jupi DEF ülemises peeglis, saame jupi DKF, mis koos lõikudega CD ning FG moodustab juba vähemate sik-sakkidega jupi CKG. Peegeldades juppi CKG alumises peeglis saame jupi CLG ning korrates peegeldamist veel ühe korra saame tervest sik-sakilisest teekonnast $ABCDEFGHJ$ teekonna AMJ, mida võib vaadelda kui kiire AB peegeldust alumise peegli kujutise-kujutise-kujutises. Niisiis, kui joonistame peeglite kujutised, kujutise-kujutised jne, näeme, et sisenevad kiired justkui peegelduksid peeglite kujutises või kujutise-kujutises või kujutise-kujutise-kujutises jne.

Algsel joonisel toodud kiirte põhjal saame taastada kaks sellist kujutist, kujutise-kujutist või kujutise-kujutise-kujutist või jne. N-järku kujutiste seeria moodustab paralleelsete sirgete rivi; tegelikud peeglid peavad olema ühed neist. Kui me joonistame sisendkiiri väljundkiirteks peegeldavate sirgetega (mis on leitavad kiirte pikenduste lõikepunkte läbivate nurgapoolitajate ristsirgetena) paraleelsete ja võrdsetel vahekaugustel asuvate sirgete rivi, siis peavad tegelikud peeglid asuma kahel naabersirgel.



Joonis 2.



Joonis 3.

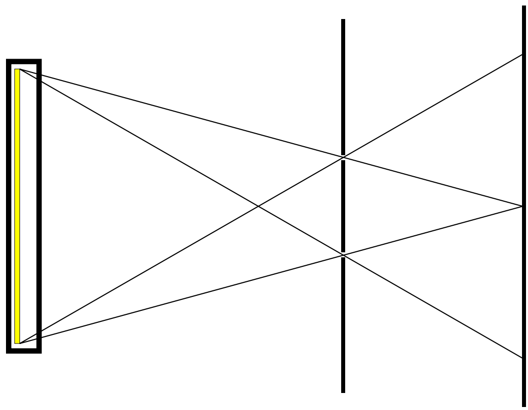
Joonisel 2 on näha, et lihtsaimal juhul välistab sisselõige peeglite asukoha kõigis peale kahe alumise (veel madalamad asukohad pole võimalikud seetõttu, et sisendkiired ei saa nende vahele siseneda). Põhimõtteliselt on võimalik ka joonisel 3 toodud variant.

E1. (*LED-LAMBID*) (*10 p.*) *Autor: Kaido Reivelt*

Katsevahendid võimaldavad ehitada camera obscura ehk nõelaaugu kaamera - kui teha kaardinõelaga musta paberisse auk, asetada augu ette taskulamp ja augu taha valge ekraan, siis tekib ekraanile LED-lambi LED'ide kujutis.

Valgusallika kaugus august on võimalik konstrueerida, kui teha mustas paberis kaks auku. Sel juhul tekib ekraanile kaks LED-lambi kujutist. Teame, et mõlema tekkinud kujutise äärmised kiired lähtuvad LED-lambi servadest.

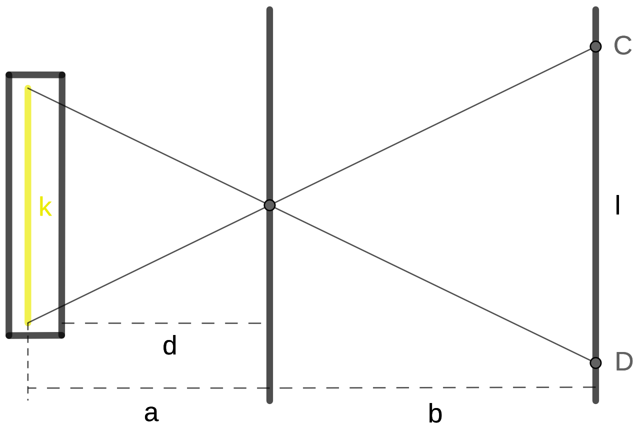
Katses on otseselt vaadeldav lambi asukoht, augu asukoht, ekraani asukoht ja kujutiste asukohad. Kanname need paberile. Paberile saame kanda ka äärmised kiired (olles seda tehes hoolikas, et projektsioonid kiirte tasandist paberi tasandile oleksid tehtud täpselt). Nende kiirte pikendused LED-lambi poole ristuvad LED-lambi reaalses aukohas klaasi taga. Nii saame jooniselt välja lugeda LED-lambi kauguse lambi klaasist.



Otsitavaks kauguseks saame ligikaudu 7 mm.

Lahendus 2 (autor Oleg Košik).

Camera obscura tekitatud kujutis on fookusvaba, st tekib suvalise LED-lambi ja ekraani kauguse korral augist. See annab võimaluse määrata otsitav kaugus ka ühe augu abil:



Mõõdame valgusallika pikkuse k (väljalülitatud režiimis otsmiste täppide vahekauguse), selle kujutise CD pikkuse l, ekraani ja paberi kauguse b ning ekraani ja valgusallika klaasi kauguse d. Sarnastest kolmnurkadest leiame, et valgusallikas asub ekraanist kaugusel $a = \frac{bk}{l}$ ning klaasist kaugusel

$$x = a - d = \frac{bk}{l} - d.$$

Saame, et $x \approx 7\,\mathrm{mm}$.

E2. (*MUST KAST*) (*12 p.*) *Autor: Hans Daniel Kaimre*

Paneme esmalt tähele, et kuna voltmeetrit võib käsitleda ideaalsena, siis ühendades multimeetri voltmeetrina klemmide R ja P vahele, on pingelang takistil R_2 marginaalne. Järelikult $U_{RP} = U$. Ühendades multimeetri ampermeetrina punktide S ja P vahele, läbib vool ainult takistit R_1, seega Ohmi seadusest

$$R_1 = \frac{U}{I_{SP}} = \frac{U_{RP}}{I_{SP}}.$$

Kui multimeeter ühendada ampermeetrina klemmide P ja R vahele, on pinge R_2 klemmidel võrdne pingega patarei klemmmidel ning

$$R_2 = \frac{U_{RP}}{I_{RP}}.$$

Siit edasi on kaks erinevat lahenduse võimalust: multimeetri oommeetri funktsiooni kasutades (a) ning seda funktsiooni kasutamata (b).

a) Ühendades lüliti lahti (asendisse *OFF*), saame mõõta multimeetri oommeetri funktsiooniga otse takistusi. Niimoodi saamegi, et:

$$R_{SP} = R_3$$

b) Selleks, et leida R_3 takisti väärtus ainult volt- ning ampermeetrit kasutades, paneme tähele et kui takistit R_2 vool ei läbi, peab voolutugevus takistites R_1 ja R_3 olema võrdne, seega

$$\frac{U_{SR}}{R_1} = \frac{U_{SP}}{R_3} \Rightarrow R_3 = \frac{U_{SP}}{U_{SR}} R_1$$

Lahendusi on muidugi veel, kuna saame teha 7 üksteisest sõltumatut (2 pinget, 2 takistust ning 3 voolutugevust) erinevat mõõtmist ning tundmatuid on 4, kuid ülaltoodud variandid on žürii arvates lihtsaimad. Erinevad võimalikud mõõtmistulemused on järgmised: $U_{RP} = 3{,}25\,\mathrm{V}$, $U_{SR} = 2{,}05\,\mathrm{V}$, $U_{SP} = 1{,}204\,\mathrm{V}$, $I_{SP} = 6{,}37\,\mathrm{mA}$, $I_{SR} = 4{,}77\,\mathrm{mA}$, $I_{RP} = 13{,}5\,\mathrm{mA}$, $R_{SP} = 300\,\Omega$, $R_{SR} = 750\,\Omega$, $R_{RP} = 1050\,\Omega$. Nendest tulemustest saame:

$$\begin{aligned}
U &= U_{RP} = 3{,}25\,\mathrm{V} \\
R_1 &= \frac{U_{RP}}{I_{SP}} = \frac{3{,}25\,\mathrm{V}}{6{,}37\,\mathrm{mA}} = 510\,\Omega \\
R_2 &= \frac{U_{RP}}{I_{RP}} = \frac{3{,}25\,\mathrm{V}}{13{,}5\,\mathrm{mA}} = 240\,\Omega \\
R_3 &= R_{SP} = 300\,\Omega
\end{aligned}$$