Eesti koolinoorte 65. füüsikaolumpiaad

14. aprill 2018. a. Vabariiklik voor.
Põhikooli *ülesannete lahendused*

1. (*TANKER*) (*8 p.*) *Autor: Koit Timpmann*
Kaatril kulub edasi-tagasi sõitmiseks

$$\frac{L}{v_2 + v_1} + \frac{L}{v_2 - v_1} = t.$$

Liites murrud kokku saame

$$\frac{2Lv_2}{v_2^2 - v_1^2} = t.$$

millest

$$2Lv_2 = tv_2^2 - tv_1^2 \qquad \text{ja} \qquad v_1 = \sqrt{v_2^2 - \frac{2Lv_2}{t}} = 5\,\mathrm{m/s} = 18\,\mathrm{km/h}.$$

2. (*KAKS MATKASELLI*) (*8 p.*) *Autor: Koit Timpmann*

Et jõuda laagrisse üheaegselt, peab kumbki matkasell pool teed läbima joostes ja pool jalgrattal. Seega on aeg, mis kulub tee läbimiseks

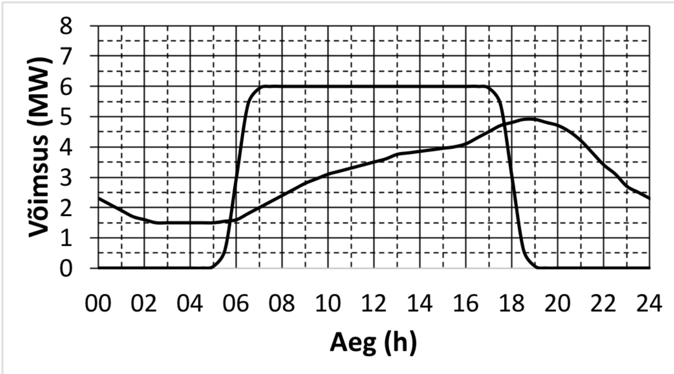
$$t = \frac{s}{2v_1} + \frac{s}{2v_2} = 230\,\mathrm{min}.$$

Ratas seisis tee ääres

$$t_{ratas} = t - t_2, \quad \text{kus} \quad t_2 = \frac{s}{v_2} = 160\,\mathrm{min}$$

Ratas „igavles” tee ääres $t_{ratas} = 230\,\mathrm{min} - 160\,\mathrm{min} = 70\,\mathrm{min}$.

3. (*PÄIKESEPANEELID*) (*10 p.*) *Autor: Jonatan Kalmus*



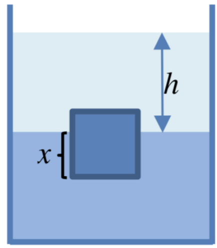
Päikesepaneeli energiatoodang ööpäeva jooksul on leitav toodud graafiku aluse pindalana, milleks on $E_{paneel} \approx 12kWh$. Analoogselt on leitav linna energiakulu ööpäevas, milleks on $E_{linn} \approx 74MWh$. Sellise energiakoguse tootmiseks vajalik paneelide arv

$$N = \frac{E_{linn}}{E_{paneel}} \approx \frac{74 * 10^6 Wh}{12 * 10^3 Wh} \approx 6000$$

Energiamahuti peab suutma talletada kogu päevase ületoodangu ehk selle osa 6000 paneeli poolt toodetud energiast, mida linn koheselt ära ei tarbi. Optimaalse paneelide arvu korral on see ühtlasi võrdne energiaga, mida linn tarbib siis, kui paneelid energiat ei tooda. Selle energia leidmiseks tuleb linna energiatarbimise graafikule visandada 6000 päikesepaneeli energiatoodangu graafik. Selleks tuleb ühe paneeli graafiku iga punkti väärtus korrutada paneelide arvuga, mille tulemuseks on sama kujuga, kuid 6000 korda kõrgem graafikuk. Nüüd tuleb lihtsalt leida kas päeval või öösel kahe graafiku vahele jääv pindala, millele vastab energia $E_{mahuti} \approx 30MWh$, mis ongi vajalik energiamahuti suurus.
Olgu öeldud, et sellise süsteemi rajamisel on väga oluline arvestada kõikumistega nii energia tootmises kui tarbimises, mistõttu peaks nii paneelide arv kui enegriamahuti suurus olema kindlasti suuremad kui ülesandes saadud esmane hinnang.

4. (*KUUP VEDELIKES*) (*10 p.*) *Autor: Koit Timpmann*

Lahendus 1



Kehale mõjub kolm jõudu - raskusjõud, vedeliku rõhk ülemisele pinnale ja vedeliku rõhk alumisele pinnale: $mg + F_1 - F_2 = 0 \quad (1)$

$$mg = \rho_k l^3 g, \qquad F_1 \rho_1 g(h - (l - x))l^2, \qquad F_2 = \rho_1 g h l^2 + \rho_2 g x l^2,$$

kus h – väiksema tihedusega vedelikukihi paksus, x – kuubi selle osa pikkus, mis asub suurema tihedusega vedelikus.

Asendame need jõud seosesse (1). Pärast taandamisi saame seose

$$(\rho_k - \rho_1)l = (\rho_2 - \rho_1)x \qquad \Rightarrow \qquad x = 7{,}5\,\mathrm{cm}$$

Lahendus 2

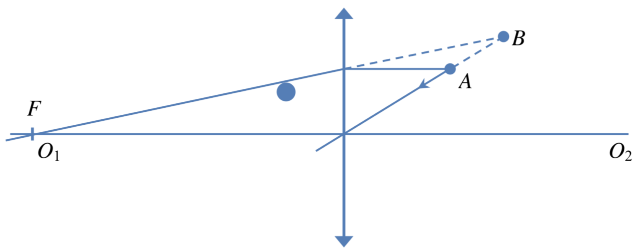
Vedelikus heljuva keha korral võrdub kehale mõjuv raskusjõud kummagi vedeliku poolt mõjuvate üleslükkejõudude summaga

$$mg = F_{y2} + F_{y1}, \quad \text{seega}$$

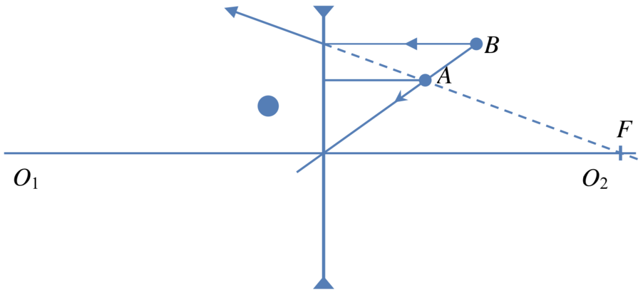
$$\rho_k l^3 g = \rho_2 g x l^2 + \rho_1 g (l - x) l^2, \qquad \Rightarrow \qquad x = \frac{(\rho_k - \rho_1)l}{(\rho_2 - \rho_1)} = 7{,}5\,\mathrm{cm}.$$

5. (*LÄÄTS JA SELLE FOOKUS*) (*10 p.*) *Autor: Koit Timpmann*

Kui A on valguspunkt ja B selle kujutis, siis on tegemist kumerläätsega, mis töötab nagu luup



Kui A on valguspunkti kujutis ja B valguspunkt, siis on tegemist nõgusläätsega.



6. (*JÄÄ SULAMINE*) (*10 p.*) *Autor: Koit Timpmann*
Leiame jää sulamistemperatuuri rõhul

$$t_1 = \frac{p}{\frac{\Delta p}{\Delta t}} = -4\,^{\circ}\mathrm{C}$$

Jää saab sulada vabanenud soojushulga arvelt, seega

$$\lambda m_{sulanud} = c m_j (t_0 - t_1) \qquad \Rightarrow \qquad m_{sulanud} = 2{,}5\,\mathrm{g}.$$

7. (*VOOLURING*) (*12 p.*) *Autor: Koit Timpmann*
Kuna juhtmel CD takistus puudub, võime vooluringi punktid C ja D lugeda samaks punktiks C. Sel juhul on vooluringis rööbiti ühendatud takistused R_1 ja R_3 ning takistused R_2 ja R_4 omavahel jadamisi ühendatud.
Esimese rööpühenduse takistus

$$R_{AC} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} = 1{,}5\,\Omega$$

Teise rööpühenduse takistus

$$R_{CB} = \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4} = 2{,}1\,\Omega$$

Vooluringi kogutakistus $R = 3{,}6\,\Omega$
Arvutame voolutugevuse vooluringis

$$I = \frac{U}{R} = 5\,\mathrm{A}$$

Vooluringi otstele rakendatud pinge jaguneb esimesele ja teisele rööpühendusele

$$U_{AC} = IR_{AC} = 7{,}5\,\mathrm{V}$$

$$U_{CB} = IR_{CB} = 10{,}5\,\mathrm{V}$$

Kuna takistid R_1 ja R_3 on rööbiti ühendatud, on pinge mõlema takisti otstel 7,5 V. Takistite R_2 ja R_4 otstel on pinge 10,5 V.
Ohmi seadusest saame, et voolutugevus takistis R_1 on

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1} = 3{,}75\,\mathrm{A}$$

Voolutugevus sellega jadamisi olevas takistis R_2 on aga

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} = 3{,}5\,\mathrm{A}$$

Seega punktist C peab osa elektrivoolust liikuma mööda juhet CD punkti D. Voolutugevus juhtmes CD on $I_{CD} = I_1 - I_2 = 0{,}25\,\mathrm{A}$.

8. (*VEEJUGA*) (*12 p.*) *Autor: Jonatan Kalmus*
Olgu veejoa läbimõõt kraanist väljudes D ning otsitaval kõrgusel h seega $D/2$. Veejoa ristlõikepindalad on vastavalt $S_0 = \frac{\pi D^2}{4}$ ning $S_h = \frac{\pi D^2}{16}$. Voolamisel kehtib massi jäävus ehk aja Δt jooksul läbib pindu S_0 ja S_h sama kogus vett, sest vastasel juhul hakkaks vesi kas pindade vahele kuhjuma või kaoks seal ajapikku ära, mis ei ole taolise voolamise puhul võimalik. Olgu kõrgusel h veejoa kiirus v_h. Kuna vee tihedus jääb konstanseks, saab massi jäävuse asemel kirja panna ruumala jäävuse ehk pindu läbivad veekogused on võrdsed

$$S_0 v_0 \Delta t = S_h v_h \Delta t$$

Siit

$$v_h = v_0 \frac{S_0}{S_h} = 4v_0$$

Nüüd vaatleme väikest veekogust Δm. Kraanist väljudes on sellel kineetiline energia $E_{K0} = \frac{\Delta m v_0^2}{2}$ ning otsitaval kõrgusel h kraanist all pool

$E_{Kh} = \frac{\Delta m v_h^2}{2}$. Potentsiaalse energia erinevus nende kahe kõrguse vahel on $E_{P0} = \Delta mgh$. Kuna sisehõõrde ning õhutakistusega arvestama ei pea, saame kirja panna energia jäävuse:

$$E_{K0} + E_{P0} = E_{Kh}$$

Asendades:

$$\frac{\Delta m v_0^2}{2} + \Delta mgh = \frac{\Delta m v_h^2}{2}$$

Siit saame ära taandada massi ning avaldada otsitava kõrguse h:

$$h = \frac{v_h^2 - v_0^2}{2g}$$

Asendades sisse eelnevalt leitud v_h:

$$h = \frac{(4v_0)^2 - v_0^2}{2g} = 7{,}5\frac{v_0^2}{g}$$

9. (*PEEGELPÕHI*) (*12 p.*) *Autor: Sandra Schumann*
Paneme tähele, et valemi järgi kui keskkonna murdumisnäitaja suureneb, aga läätse murdumisnäitaja jääb samaks, siis läätse fookuskaugus suureneb. Seega on ainus viis, kuidas valguskiired saaksid ka pärast anuma vett täis valamist samas punktis koonduda, see, kui vee sees valguskiired peegelduksid põhjas olevalt peeglilt ja seejärel koonduksid samas punktis, kus enne.

Läätse kaugus anuma põhjast on $l = 10$ cm. Olgu läätse fookuskaugus õhus f. Siis on tema fookuskaugus vees järelikult $2l - f$. Valemi põhjal saame, et

$$\frac{f}{2l - f} = \frac{n_k n_0 - n_0 n_v}{n_k n_v - n_0 n_v}$$

$$f(n_k n_v - n_0 n_v) = (2l - f)(n_k n_0 - n_0 n_v)$$

$$n_k n_v f - n_0 n_v f = 2l n_k n_0 - 2l n_0 n_v - n_k n_0 f + n_0 n_v f$$

$$f(n_k n_v + n_k n_0 - 2 n_0 n_v) = 2l n_0 (n_k - n_v)$$

$$f = \frac{2ln_0(n_k - n_v)}{n_k n_v + n_k n_0 - 2n_0 n_v}$$

Seega on läätse fookuskaugus

$$f = \frac{2 \cdot 10\text{cm} \cdot 1{,}0 \cdot (1{,}49 - 1{,}33)}{1{,}49 \cdot 1{,}33 + 1{,}49 \cdot 1{,}0 - 2 \cdot 1{,}0 \cdot 1{,}33} = 3{,}94\,\text{cm} \approx 4\,\text{cm}.$$

10. (*JÄÄST NÕU*) (*12 p.*) *Autor: Erkki Tempel*

Teades, et uppumise korral on elavhõbedaga täidetud jääst kuubi keskmine tihedus võrdne vee tihedusega, saame leida lisatud elavhõbeda massi m_A ning ruumala V_A.

$$\frac{m_j + m_A}{V_j + V} = \frac{m_j + m_A}{\frac{m_j}{\rho_j} + V} = \rho_v \qquad \Rightarrow \qquad m_A = \frac{\rho_v}{\rho_j} m_j + V\rho_v - m_j$$

$$m_A = 0{,}1797\,\text{kg} \qquad V_A = \frac{m_a}{\rho_A} = 13{,}14\,\text{cm}^3$$

Kuna jää ruumala on suurem kui jää sulamisel tekkinud vee ruumala, siis suurenes jää sulamisel tühimiku ruumala $\Delta V = 1{,}14\,\text{cm}^3$ võrra. Sulanud jää mass m_s on seega

$$\Delta V = \frac{m_s}{\rho_j} - \frac{m_s}{\rho_v} \qquad \Rightarrow \qquad m_s = \frac{\rho_j \rho_v \Delta V}{\rho_v - \rho_j} = 10{,}23\,\text{g}$$

Teades sulanud jää massi ning elavhõbeda massi, saame soojusülekandest $Q_1 = Q_2$ leida elavhõbeda temperatuurimuutuse Δt

$$cm_{Hg}\Delta t = \lambda m_s \qquad \Rightarrow \qquad \Delta t = \frac{\lambda m_s}{cm_{Hg}} = 135\,^\circ\text{C}$$

Elavhõbeda tempeatuur $T = 135\,^\circ\text{C}$.

E1.(*MUTRI TIHEDUS*)(*10 p.*) *Autor: Erkki Tempel*

Märgime plastiktopsil veenivoo. Uputame mutri topsi. Eemaldame süstlaga topsist nii palju vett, et veetase oleks märgini - saame teada mutri ruumala V_m.

Paneme väikese plastiktopsi vette ujuma ning märgime ära veenivoo.

Paneme mutri väikesesse topsi nii, et ta jääb ujuma. Eemaldame süstlaga topsist nii palju vett, et veetase oleks märgini - saame teada mutri pool väljatõrjutud vee ruumala V_v ning leiame jõudude tasakaalust mutri massi m_m.

$$m_m g = \rho_v V_v g \qquad \Rightarrow \qquad m_m = \rho_v V_v$$

Teades ruumala ja massi, saame leida tiheduse ρ_m

$$\rho_m = \frac{m_m}{V_m} = \frac{\rho_v V_v}{V_m}$$

E2.(*HÕÕGNIIDI TEMPERATUUR*)(*12 p.*) *Autor: Koit Timpmann*
Mõõdame testriga külma lambi takistuse. Kasutame takistuse mõõtmise piirkonda $0 - 200\,\Omega$
Koostame vooluringi ning mõõdame pinge lambi klemmidel.
Mõõdame voolutugevuse töötavas lambis.
Eritakistuse sõltuvus temperatuurist on antud seosega $\rho = \rho_0(1 + \alpha t)$
Avaldame takistuse valemist $R = \frac{\rho l}{S}$ eritakistuse $\rho = \frac{RS}{l}$.
Loeme ρ_0 volframi eritakistuse toatemperatuuril ja ρ töötava lambi hõõgniidi eritakistuse.
Tähistame Δt töötava ja mittetöötava lambi hõõgniidi temperatuuride erinevuse. Leiame Δt.

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{\frac{RS}{l}}{\frac{R_0 S}{l}} = \frac{R}{R_0}, \qquad \Rightarrow \qquad \rho = \frac{rho_0 R}{R_0} \quad \text{ja}$$

$$]\frac{\rho_0 R}{R_0} - \rho_0 = \rho_0 \alpha \Delta t \qquad \Rightarrow \qquad \Delta t = \frac{\frac{R}{R_0} - 1}{\alpha}.$$