Eesti koolinoorte 61. füüsikaolümpiaad

13. aprill 2013. a. Lõppvoor.

Põhikooli lahendused (8. - 9. klass)

1. (*UJUV ANUM*)

Anuma jaoks ilma veeta: $mg = \rho g V$, kus m on anuma mass, ρ on vee tihedus ja V on anuma vee alla jääva osa ruumala. Kuna vesi on kokkusurumatu, siis selle sama ruumala võrra surutakse vett ka välja:

$$V = \Delta h \left(S_1 - S_2\right).$$

Avaldame anuma massi:

$$m = \rho \Delta h \left(S_1 - S_2\right).$$

Väiksem anum upub, kui ta vajub piisavalt sügavale, et vesi saaks hakata sisse voolama. Tasakaalutingimuse saab kirja panna nii:

$$mg + \rho V_s g = \rho V g,$$

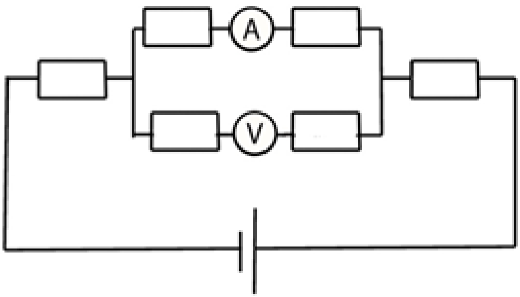
kus V_s on anumas oleva vee ruumala ja V on kogu anuma ruumala. Piirjuhul on meil $V_s = S_2 h$ ja $V = S_2 H$, kus h on veetaseme kõrgus anumas ja H on anuma kõgus. otsitav minimaalne kaugus avaldub: $\Delta l = H - h$. Eelnevat arvesse võttes saame:

$$\rho \left(V - V_s\right) = m$$

$$H - h = \frac{m}{\rho S_2}$$

$$\Delta l = \frac{\left(S_1 - S_2\right)}{S_2} \Delta h$$

2. (*SKEEM*)



Kujutades skeemi teisiti on näha, et voltmeetriga jadamisi olevad takistid ei mõjuta tulemust, seega vooluringi kogutakistus on $4R$. Ampermeetri näit on seega $I = \frac{U}{4R}$. Voltmeeter mõõdab pinget kahel takistil kokku, seega voltmeetri näit on $U = \frac{U}{4R}2R = U/2$.

3. (*BUSSID*)

Kahe järjestikuse bussi vahekaugus on $90\,\mathrm{km/h} \cdot 0{,}25\,\mathrm{h} = 22{,}5\,\mathrm{km}$. Jalgratturi taustsüsteemis sõitsid bussid talle vastu kiirusega $120\,\mathrm{km/h}$, ehk Rein nägi bussi iga $\frac{22{,}5}{120} = \frac{3}{16}$ tunni järel. Trenn kestis $4\,\mathrm{h}$, seega treeningu jooksul tuli Reinule vastu $\frac{4 \cdot 16}{3} \approx 21{,}33 \Rightarrow$ vähemalt 21 bussi.

4. (*LITTER*) Litri ühtlase kiirusega libisemisest järeldub, et kogu potentsiaalse energia muutus teisendub litri soojusenergiaks. Vertikaalsuunas vahemaa H läbimisel kaotab litter potentsiaalset energiat $Q = mgH$ võrra (kus m on litri mass). Litri temperatuur tõuseb selle käigus

$$\Delta T = \frac{Q}{mc} = \frac{mgH}{mc} = \frac{gH}{c}$$

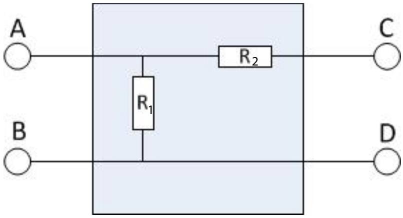
võrra ja mõõtmed suurenevad kuni

$$\ell = h(1 + \alpha\Delta T) = h(1 + \frac{\alpha g H}{c}).$$

Valemist saab nüüd avaldada maksimaalse vahemaa vertikaalsuunas, mille litter saab läbida enne kinnijäämist:

$$H = \frac{(\frac{\ell}{h} - 1)c}{\alpha g}.$$

5. (*MUST KAST*) Sobiv skeem on näiteks selline:



Kui klemmide A ja B külge ühendada patarei ja klemmide C ja D külge voltmeeter,siis läbi takisti R_2 vool ei lähe; kogu pinge on voltmeetril, mis näitab U.

Kui aga patarei ühendada klemmide C ja D külge ja voltmeeter klemmide A ja B külge, jaotub pinge U võrdselt takistite R_1 ja R_2 vahel. Voltmeeter näitab $\frac{U}{2}$.

6. (*MAJA*)

Võtame, et soojusvahetuse võimsus läbi toa välisseina on

$$W_v = x(T_{tuba} - T_0),$$

kus x on tundmatu võrdetegur - kuna soojusvahetuse võimsus pinnaühiku kohta on võrdeline temperatuuride vahega peab ka soojusvahetus läbi terve seina olema võrdeline temperatuuride vahega. Samamoodi võtame, et soojusvahetuse võimsus läbi siseseina on

$$W_s = y(T_{1.tuba} - T_{2.tuba}).$$

Kui töötab ainult üks radiaator, saame kirjutada mõlema toa jaoks võrrandi tingimusest et soojushulk tubades ei muutu.

$$P = x(T_1 - T_0) + y(T_1 - T_2)$$

$$y(T_1 - T_2) = x(T_2 - T_0)$$

Lahendades saame, et $x = \frac{P}{T_1+T_2-2T_0}$. Kui töötavad mõlemad radiaatorid, siis summarset soojusvahetust läbi vaheseina pole. Mõlema toa jaoks kehtib siis võrrand $P = x(T_3 - T_0)$. Siit avaldame $T_3 = (T_1 + T_2 - T_0)$.

Lihtsam lahendus

Ülesannet on ka võimalik lahendada lihtsamini kui märkame, et tegu on lineaarse süsteemiga ja teame, et lineaarse süsteemi korral kahe lahendi superpositsioon on samuti süsteemi lahend. Käesoleval juhul on üheks lahendiks, et kui ühes toas töötab radiaator P, siis soojenevad toad $\Delta_{T_1} = T_1 - T_0$ ja $\Delta_{T_2} = T_2 - T_0$ võrra. Võttes teiseks lahendiks esimese lahendi peegelpildi, saame superpositsioonina, et kui töötavad mõlemad radiaatorid, soojenevad mõlemad toad $\Delta_{T_3} = T_2 - T_0 + T_1 - T_0$ võrra, ehk $T_3 = (T_1 + T_2 - T_0)$.

7. (*LÄÄTSED*) Lahendus 1

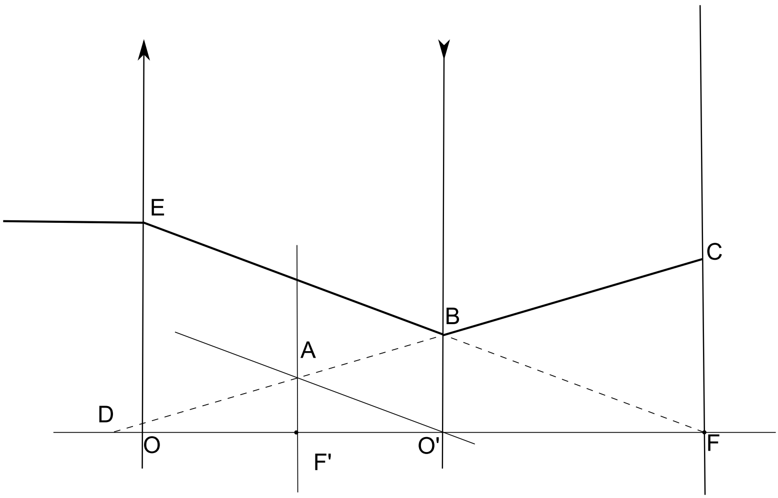
Kogu pilt on optilise peatelje suhtes sümeetriline, tänu sellele saame tegeleda ainult ühe poolega. Konstrueerime kiirte käigu, teades et kõigi nõgusläätse läbivate paraleelsete kiirte pikendused lõikuvad fokaaltasandil.

Joonisel on mõned meid huvitavad sarnased kolmnurgad $\Delta AF'D \sim \Delta BO'D \sim$ ja $\Delta EOF \sim \Delta AF'O \sim \Delta BO'F$. Lisaks teame osade lõikude pikkusi: $|EO| = R$, $|OF| = f_1$, $|F'O'| = f_2$ ja $|CF| = r$. Seda teades saab moodustada neljast võrrandist koosneva lineaarvõrrandisüsteemi.

$$\begin{cases} \frac{|EO|}{|OF|} = \frac{|AF'|}{F'O} \\ \frac{|EO|}{|OF|} = \frac{|BO'|}{O'F} \\ \frac{|AF'|}{|F'D|} = \frac{|CF|}{|FD|} \\ \frac{|AF'|}{|F'D|} = \frac{|BO'|}{|O'D|} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{R}{f_1} = \frac{|AF'|}{f_2} \\ \frac{R}{f_1} = \frac{|BO'|}{\frac{f_1}{2}} \\ \frac{|AF'|}{|O'D|-f_2} = \frac{r}{\frac{f_1}{2}+|O'D|} \\ \frac{|AF'|}{|O'D|-f_2} = \frac{|BO'|}{|O'D|} \end{cases}$$

Pärast süsteemi lahendamist saame tulemuseks $f_2 = \frac{R}{4r} f_1$.



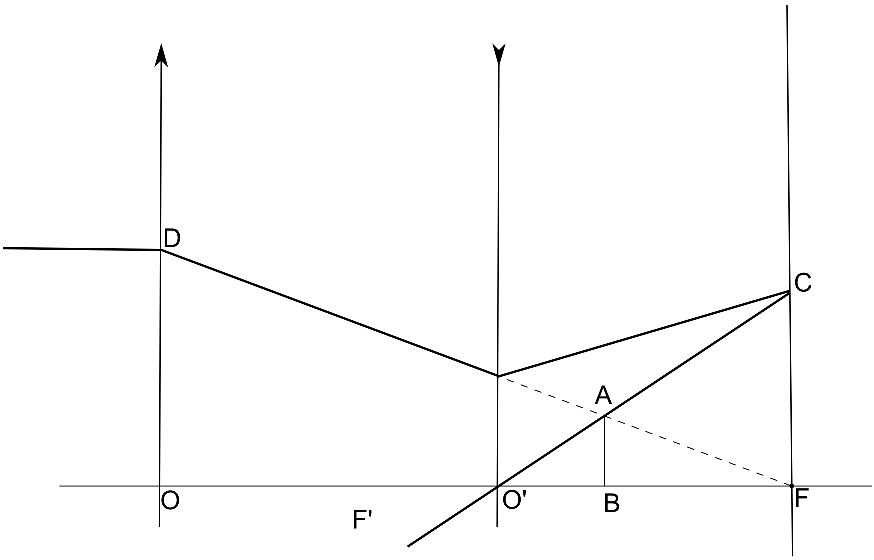
Lahendus 2

Selles lahenduses kasutame läätse valemit $-\frac{1}{f} = \frac{1}{a} - \frac{1}{k}$. f ees on miinus kuna kuna tegemist on nõgusläätsega ja k ees on miinus kuna tegemist on näiva kujutisega. Kasutades kiirte pööratavuse printsiipi vaatame hoopis olukorda, kus tekib objektist CF näiv kujutis AB. Lisaks kasutame kolmnurkade sarnasust: $\Delta CFO' \sim \Delta ABO'$ ja $\Delta DOF \sim \Delta ABF$.

$$\begin{cases} \frac{|CF|}{|FO'|} = \frac{|AB|}{|BO'|} \\ \frac{|DO|}{|OF|} = \frac{|AB|}{|BF|} \\ -\frac{1}{f_2} = \frac{1}{|FO'|} - \frac{1}{|BO'|} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{r}{\frac{f_1}{2}} = \frac{|AB|}{|BO'|} \\ \frac{R}{f_1} = \frac{|AB|}{\frac{f_1}{2} - |BO'|} \\ -\frac{1}{f_2} = \frac{1}{\frac{f_1}{2}} - \frac{1}{|BO'|} \end{cases}$$

Selle võrrandisüsteemi lahendamisel saame $f_2 = \frac{R}{4r} f_1$.



8. (*KLAPP*) Plaadile mõjub alt üles vee rõhumisjõud, ülevalt alla vee rõhumisjõud ja õlisamba rõhumisjõud. Kuna väljaspool toru mõjuvad vee rõhumisjõud kompenseerivad üksteist, arvestame arvutustes ainult seda plaadi osa, mis on vahetult toru otsa all.

Alt üles mõjub jõud

$$F_{\text{üles}} = pS = \rho_{\text{vesi}} g h_{vesi} \frac{\pi d^2}{4}.$$

Ülevalt alla mõjub plaadile mõjuv raskusjõud

$$F_{\text{alla}} = mg = \sigma \frac{\pi d^2}{4} g$$

ja õlisamba rõhumisjõud

$$F_{alla} = \rho_{\text{õli}} g h_{\text{õli}} \frac{\pi d^2}{4}.$$

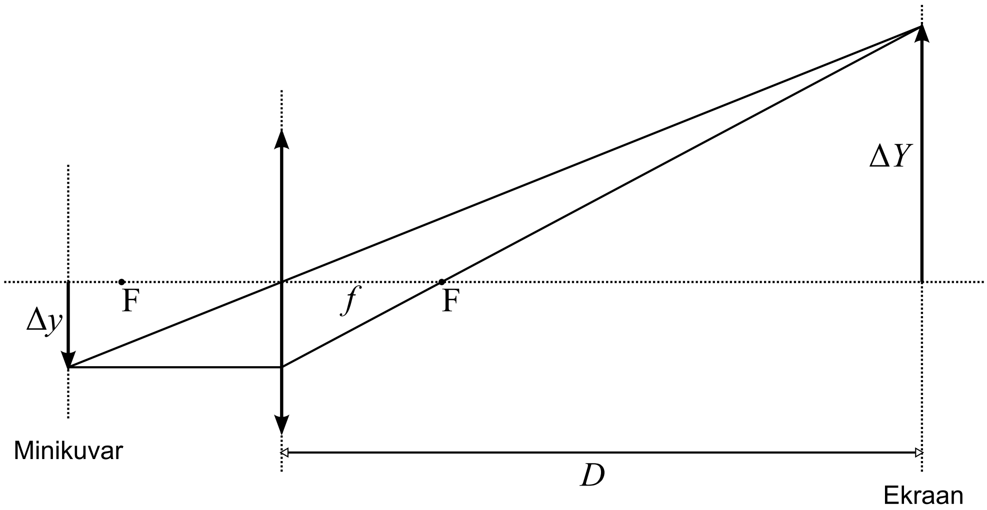
Õlisammas on kõrgeim siis, kui alt üles ja ülevalt alla mõjuvad jõud on võrdsed

$$\sigma S g + \rho_{\text{õli}} g h_{\text{õli}} S = \rho_{\text{vesi}} g h_{vesi} S$$

, millest

$$h_{\text{õli}} = \frac{\rho_{\text{vesi}} h_{vesi} - \sigma}{\rho_{\text{õli}}} = \frac{1{,}0\,\text{g/cm}^3 \cdot 70\,\text{cm} - 0{,}45\,\text{g/cm}^2}{0{,}9\,\text{g/cm}^3} = 77{,}3\,\text{cm}.$$

9. (*PROJEKTOR*)



Lihtsam on vaadata olukorda, kus lääts on paigal ja liigutatakse minikuvarit. Suurendatud tõelise kujutise tekkimiseks peab minikuvar painema läätsest kaugusel, mis jääb ühe ja kahe fookuskauguse vahele. Teeme optilisest skeemist joonise. Nihkugu minikuvari mingi punkt läätse suhtes vahemaa Δy võrra. Nihet kujutame joonisel noolekesega. Lihtsuse huvides asugu vaadeldav punkt enne nihutamist optilisel peateljel. Konstrueerime kujutise vastava nihke, mille pikkus on ΔY. Sarnastest kolmnurkadest näeme, et

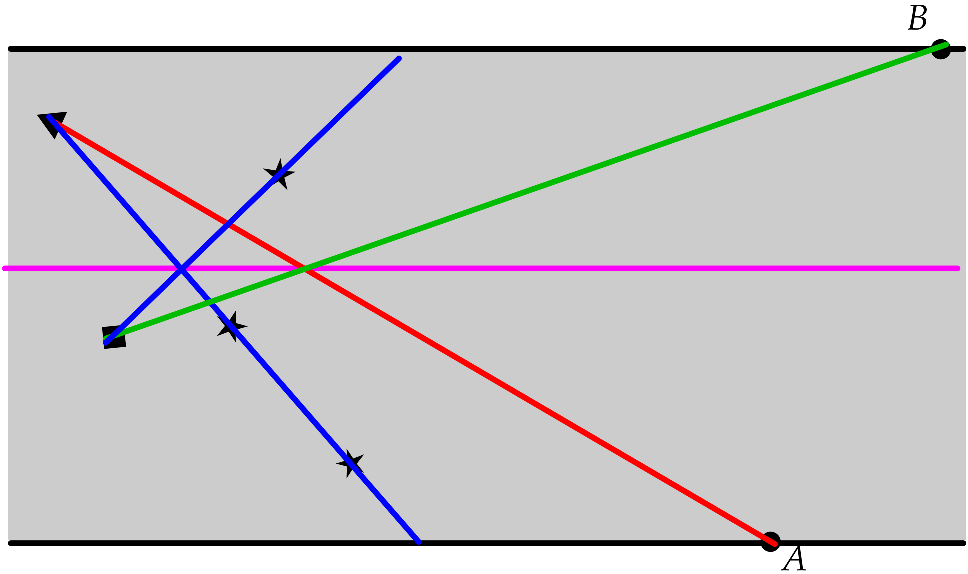
$$\frac{\Delta Y}{\Delta y} = \frac{D - f}{f}.$$

Tuletame nüüd meelde, et minikuvari asemel nihutame tegelikult läätse. Kui liigutasime minikuvarit läätse suhtes alla, siis nihkus kujutis üles. Sama olukorra kohta võime öelda, et liigutasime läätse minikuvari suhtes üles. See tähendab, et läätse liigutamisel mingis suunas liigub ka kujutis samas suunas. Seetõttu avaldub kujutise kogunihe ekraanil läätse suhtes leitud hihke ΔY ja läätse enda nihke Δy summana

$$\Delta Y_{kogu} = \Delta Y + \Delta y = \frac{D-f}{f}\Delta y + \Delta y = \frac{D-f+f}{f}\Delta y = \frac{D}{f}\Delta y.$$

Kui kasutada algandmete arvväärtusi, siis saame vastuseks, et kujutise tõstmiseks 20 cm võrra tuleb läätse nihutada ülespoole $\Delta y = 3$ mm võrra.

10. (*PAADID*) Leiame paatide trajektoorid veega seotud taustsüsteemis — need on sinised jooned joonisel (kolmnurkne paat on kahe prügiga ühel joonel, seetõttu pidid need sellest paadist olema kukkunud). Laevad kohtusid siniste joonte lõikepunktis. Kolmnurkse laeva trajektoor maaga seotud taustsüsteemis läheb läbi punkti A (punane joon). Laevade kohtumispunkt maaga seotud taustsüsteemis peab olema samuti punasel joonel ning siniste joonte lõikepunktiga samal kõrgusel (lillal joonel). Ühendades lilla ja punase joone lõikepunkti teise paadi asukohaga leiame teise paadi trajektoori maaga seotud taustsüsteemis ning selle lähtepunkti B.



E1. (*KOLMNURK*) Ühendame patarei kahest kolmnurga tipust tulevate juhtmetega (olgu need näiteks kollane ja roheline). Sel juhul on takistid $\mathrm{R_{RP}}$ ja $\mathrm{R_{PK}}$ patareiga jadamisi ühendatud ning mõlemat takistit läbib võrdse tugevusega vool. Mõõdame nendele takistitele langevad pinged U_{RP} ja U_{PK}. Ohmi seaduse järgi kehtib võrdsete voolutugevuste korral seos

$$\frac{R_{RP}}{R_{PK}} = \frac{U_{RP}}{U_{PK}}.$$

Seega annab mõõdetud pingete jagatis takistuste R_{RP} ja R_{PK} suhte. Kui kordame samu mõõtmisi veel ülejäänud takistipaaride jaoks, siis saame takistuste suheteks

$$\frac{R_{PK}}{R_{KR}} \approx 2,\ \frac{R_{RP}}{R_{PK}} \approx 2,\ \frac{R_{RP}}{R_{KR}} \approx 4.$$

Nagu näha, siis on väikseima väärtusega takisti $\mathrm{R_{KR}}$ ja ülejäänud takistite takistused on vastavalt $R_{PK} \approx 2 \cdot 230\,\Omega = 460\,\Omega$ ja
$R_{RP} \approx 4 \cdot 230\,\Omega = 920\,\Omega$.

E2. (*KUMMINIIT*) Teeme kumminiidist ragulka ja paneme selle abil liikuma klotsi. Fikseerime klotsi pooltläbitud teepikkuse, mõõdame hõõrdejõu ja arvutame töö, mis võrdub väljavenitatud kumminiidi energiaga. Taatleme kumminiidi dünamomeetrina. Paneme 100 g vihi kumminiidi otsa ja mõõdame kumminiidi pikenemise 1 N suuruse jõu mõjul. Veame kumminiidi otsas klotsi ühtlase kiirusega mööda lauda ja mõõdame klotsile mõjuva hõõrdejõu. Laseme klotsi liikuma ja mõõdame teepikkuse. (Vähemalt 3 korda) Paneme klotsile koormise ja kordame katset. Arvutame töö ja energia keskmise väärtuse.