Eesti koolinoorte 58. füüsikaolümpiaad

9. aprill 2011. a. Lõppvoor. Põhikooli ülesannete lahendused

1. (*TREPP*)

Kui esimene korrus asub maapinnal, siis teisele korrusle jõudmiseks tuleb tõusta ühe korruse võrra ja viiendale korrusele jõudmiseks on vaja tõusta 4 korrust. Olgu Juula kiirus v_3. Juulal ja Jukul kulus teise korruseni jõudmiseks sama aeg:

$$\frac{4}{v_1} + \frac{3}{2v_1} = \frac{1}{v_3},$$

kust leiame $v_1 = 5{,}5v_3$. Kui Juula jõuab viiendale korrusele, siis oleks Juku tõusnud $\frac{4}{v_3} \times 5{,}5v_3 = 22$ korrust, seega jõuaks ta 23. korrusele.

2. (*LIIKUMINE*)

Ülevalpool ajatelge olev graafiku joon kirjeldab liikumist positiivses suunas, allpool ajatelge olev joon negatiivses suunas. Kuna liikumise iseloom igal etapil on erinev, tuleb arvutada iga etapi jooksul läbitud teepikkus arvestades ka liikumise suunda. Teepikkust võib arvutada graafiku joone ja ajatelje vahelise pindala kaudu. Kuna enamjaolt on tegemist ühtlaselt muutuva liikumisega, võib teepikkuse leida ka seose $s = \frac{v+v_0}{2} t$ abil.

Keha on algpunktist kõige kaugemal neljanda sekundi lõpus, s.o. 4 m kaugusel. Keha lõpetab liikumise samas punktis, kus alustas.

3. (*VESI*)

Energia jäävusest saame, et väikese koguse vee aurustumiseks kuluv soojushulk tuleb järelejäänud vee temperatuuri langemise arvelt.

Kuigi aurustumise alghetkel tekib veeaur temperatuuriga 100 °C, on hiljem nii vee kui tekkiva veeauru temperatuur veidi madalam. Uuel temperatuuril aga ei ole enam väikese koguse vee aurustumiseks kuluv soojushulk otseselt arvutatav vee aurustumissoojusest temperatuuril 100 °C (ülesandes antud L).

Seega teeme lihtsustuse, et vee aurustumissoojus on selles temperatuurivahemikus kogu aeg L. Olgu esialgselt termoses oleva vee mass m. Saame $0{,}01mL = 0{,}99mc_v\Delta t$, mis annab vastuseks $\Delta t = \frac{1}{99}\frac{L}{c_v} = 5{,}4$ °C.

4. (*VARRAS*)

Paneme tähele, et sümmeetria tõttu on uues olukorras kumbki varda pool eraldi võetuna justkui esimeses situatsioonis: üks ots (varda keskkoht) jäigalt kinnitatud, teisele otsale (varda otspunkt) mõjub jõud $F/2$. Seega murdub varras seekord keskelt. Murdumiseks vajalik jõud $F/2 = F_0$, seega $F = 2F_0$.

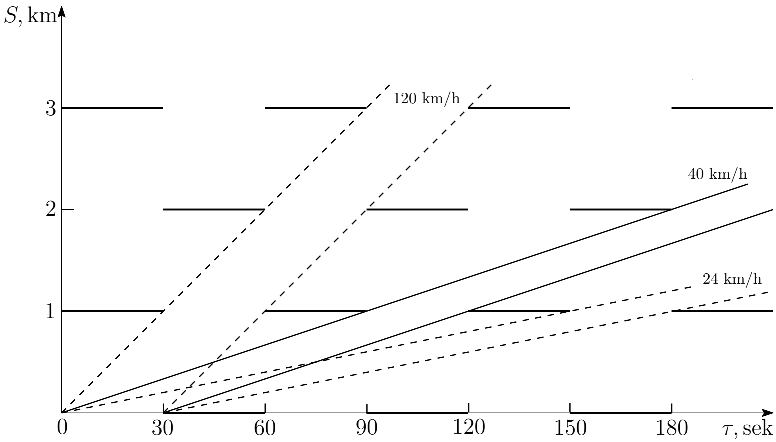
5. (*LAUATENNISEPALL*)

Vees mõjub pallile jõud $F = \rho_v gV - mg$, mis on suunatud üles. Kui veepind on nullnivoo, siis vee alla surutud palli potentsiaalne energia on

$$E_1 = FH = \left(\rho_v g \frac{\pi d^3}{6} - mg\right) H = 0{,}027 \text{ J}.$$

Vee kohal on palli potentsiaalne energia $E_2 = mgh = 0{,}005$ J. Töö takistusjõudude ületamiseks vees on seega $A = E_1 - E_2 = 0{,}022$ J.

6. (*AUTOD*)



Joonistame auto liikumise graafiku. Tähistame graafikul fooride punase tule põlemise perioode pideva joonega ja rohelise tule perioode lüngaga. Kuna kiirusega $v = 40$ km/h liikuv auto läbib ühe kilomeetri $1/40$ h $= 90$ sekundi jooksul, siis võivad fooride punased ja rohelised tuled jaotuda ainult nii, nagu joonisel näidatud. Graafikult on näha, et autod suudavad läbida kõiki foore peatuseta, kui nad suudavad läbida ühe kilomeetri $30, 90, 150..., 30 + 60n$ sekundi jooksul, kus n on täisarv. Seega sobiv kiirus võib omada väärtusi $V_n = \frac{1\text{km}}{(30+60n)\text{sek}} = \frac{120}{2n+1}$km/h, ehk 120 km/h, 40 km/h, 24 km/h jne.

7. (*KEEDUKANN*)

Kuna elektritarviti on vooluallikast kaugel, tuleb arvestada ka elektriliini takistusega, $R_l = \frac{\rho(2l)}{S}$. Keedukannude takistused saame seosest $N = \frac{U^2}{R}$, millest vana keedukannu takistus $R_1 = 66\ \Omega$ ja uues takistus $R_2 = 22\ \Omega$. Seega keedukannu töölerakendamisel on voolutugevus vanas kannus $I_1 = \frac{U}{R_1+R_l}$ ja uues kannus $I_2 = \frac{U}{R_2+R_l}$. Kuna voolutugevus on väiksem ettenähtust, töötab kann väiksema võimsusega. Kannu tegeliku võimsuse arvutame seosest $N = I^2R$, mille järgi

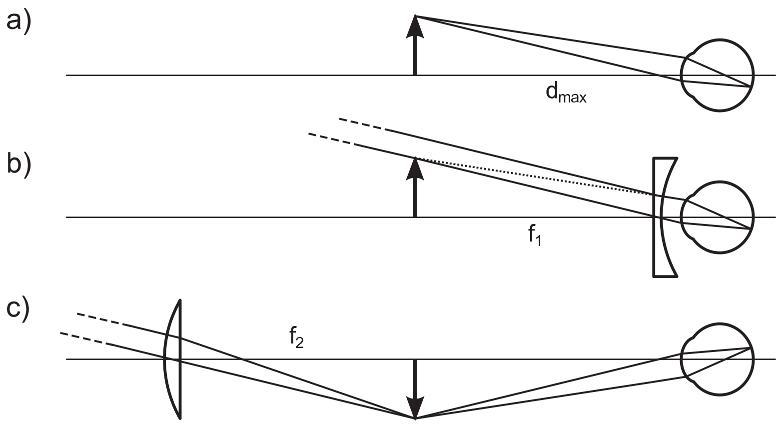
$$N_1 = \frac{U^2R_1}{(R_1+R_l)^2} \quad \text{ja} \quad N_2 = \frac{U^2R_2}{(R_2+R_l)^2}.$$

Vee soojendamiseks kulunud aeg on pöördvõrdeline võimsusega, seega

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{R_2(R_1+R_l)^2}{R_1(R_2+R_l)^2}.$$

Asendades tähised numbriliste väärtustega saame vastuseks, et maamajas soojeneb vesi kolm korda võimsamas keedukannus kaks korda kiiremini.

8. (*PRILLID*)



Lühinägelik silm näeb teravalt objekti, mis asub ei asu kaugmal teatud vahemaast $d_{\max}$ (joon. a). Prillide eesmärgiks on kaugest objektist tekitada kujutis, mis asub silmast samal kaugusel (joon. b). Lõpmata kaugelt objektilt tulevad kiired on paralleelsed ja kujutise kaugus läätsest on võrdne fookuskauguse absoluutväärtusega $|f_1| = \frac{1}{|D_1|}$. Silma kaugus prilliklaasist on väike ja $d_{\max} \approx |f_1|$. Kumerlääts lugemisprillides tekitab kauge objekti tõelise kujutise (joon. c), mille kaugus läätsest on $|f_2| = \frac{1}{|D_2|}$. Silma kaugus lugemisprillidest on

$$l = |f_2| + d_{\max} \approx |f_2| + |f_1| = \frac{1}{|D_2|} + \frac{1}{|D_1|}.$$

Pannes valemisse arvud sisse, saame $l = 0{,}5$ m = 50 cm. Sellisel ebaharilikul viisil prille kasutades on kujutis pööratud.

9. (*VOOLURING*)

Ampermeeter ühendab takistid R_1 ja R_2 paralleelselt kokku, järelikult on neil alati sama pinge. Ohmi seaduse kohaselt

$$I_1 R_1 = I_2 R_2,$$

kus I_1 ja I_2 on voolutugevused vastavalt R_1-s ja R_2-s.

Kui ampermeetri näit on null, ei läbi teda vool, mistõttu on kõik voolud ja pinged ülejäänud skeemis sellised, nagu ampermeetrit ei olekski. See tähendab, et võime ampermeetri skeemist lahti ühendada ilma ühtki voolu ega pinget muutmata. Saadavas skeemis on takistid R_1 ja R_4 lihtsas jadaühenduses:

$$I_1 = \frac{U}{R_1 + R_4}.$$

Samuti on uues skeemis jadaühenduses R_2 ja R_3, neis on võrdne voolutugevus,

$$I_2 = I_3.$$

Otsitav pinge takistil R_3 avaldub siis Ohmi seadusest.

$$U_3 = I_3 R_3 = I_2 R_3 = \frac{I_1 R_1}{R_2} R_3 = \frac{U R_1 R_3}{(R_1 + R_4) R_2} = 1\,\mathrm{V}.$$

10. (*FOTOGRAAF*)

Olgu pilu laius d, katiku kiirus u ja piisa kujutise kiirus sensori tasandis v. Katiku taustsüsteemis liigub piisa kujutis kiirusega $u \pm v$; kui fotoaparaat on päripidi, siis tuleb võtta märk "+" ja kui tagurpidi, siis "-". Seega on piisa jälje tekkimise aeg $d/|u \pm v|$ ning jälje pikkus $l = vd/|u \pm v|$. Olgu $u \geq v$; siis

$$l_1 = \frac{vd}{u+v}, \quad l_2 = \frac{vd}{u-v}.$$

Jagades teise võrrandi esimesega saaame $\frac{u+v}{u-v} = \frac{l_2}{l_1} = \frac{5}{3}$, millest $3u + 3v = 5u - 5v$ ja $u = 4v$. Kui fotoaparaat on portreeasendis, siis viibib piisa kujutis pilus ajavahemiku d/u jooksul ja jälje pikkus on seega

$$l_3 = vd/u.$$

Esimese võrrandiga läbi jagades leiame, et $l_3/l_1 = 1 + \frac{v}{u} = \frac{5}{4}$ ning

$$l_3 = \frac{5}{4} l_1 = 150 \text{ pikselit}.$$

Kui $u < v$, siis muutub ainult teine võrrand,

$$l_2 = \frac{vd}{v-u},$$

mistõttu $3u + 3v = 5v - 5u$ ja $u = v/4$, mistõttu

$$l_3 = 5l_1 = 600 \text{ pikselit.}$$

Märkus. Ülesande teksti põhjal on see üks kahest võimalikust vastusest; reaalselt, arvestades tüüpilist katiku liikumiskiirust (18 mm läbimisaeg $\frac{1}{125}\,\mathrm{s} \Rightarrow u = 2{,}25\,\mathrm{m/s} \Rightarrow v = 4u = 9\,\mathrm{m/s}$) on siiski üsna raske saavutada, et $v = 4u$: pildistamine peaks toimuma ohtlikult lähedalt. Kui joa kõrgus oleks nt 100 m, siis vaba-langenud piisa kiirus oleks ca $44\,\mathrm{m/s}$, mistõttu pildistamiskauguse ja objektiivi fookuskauguse suhe (st suurendustegur) tuleks $44/9 \approx 5$ ning isegi teleobjektiivi (nt $f = 300\,\mathrm{mm}$) korral peaks fotograaf olema joast vaid 1,5 m kaugusel.

Märkus 2. Eeldusest, et "pilu laius on d" võib jääda mulje, justkui eeldanuks me vaikimisi, et senor ei jõua säritamise ajal täielikult avaneda. Ometigi kehtib lahendus ka siis, kui säriaeg on nii pikk, et sensor jõuab täielikult avaneda: piltlikult võib ette kujutada, et ikkagi mõlemad kardinad liiguvad samaaegselt, kuid pilu laius on suurem sensori kõrgusest, st esimene kardin jõuab sensori kohalt eemale minna enne teise kardina saabumist.

E1. (*ÕUN*)

Tihedus arvutatakse seosest $\rho = \frac{m}{V}$. Õuna massi saab määrata ujumise tingimusest

$$mg = \rho_v g V_{\text{vedelikualune}} = \rho_v g S h_1,$$

kus S on purgi ristlõikepindala ja h_1 veetaseme muutus. Õuna ruumala määratakse sukeldusmeetodil surudes õuna vee alla, millele vastab veetaseme muutus h_2. Kuna

$$\rho_{\text{õ}} = \frac{\rho_v S h_1}{S h_2} = \frac{\rho_v h_1}{h_2},$$

taandub mõõtmine veetaseme kahe muutuse mõõtmisele.

Vastuseks on $\rho_{\text{õ}} \approx 850\ \mathrm{kg/m^3}$.

E2. (*LUMI*)

Täidame kalorimeetri umbes kolmveerandi ulatuses veega ning mõõdame joonlauaga veetaseme kõrguse h_1 ja vee algtemperatuuri T_1. Nüüd paneme vette järjest lund ja segame seda joonlauaga lume täieliku sulamiseni, kuni veetase on sulanud lume tõttu märgatavalt tõusnud ning veetemperatuur langenud. Mõõdame taas vee temperatuuri T_2 ja kõrguse h_2.

Leiame nüüd seosed avaldamaks lume sulamissoojuse λ ja vee erisoojuse c suhte. Algselt on kalorimeetris oleva vee mass $m_1 = Sh_1\rho$, kus S on kalorimeetri ristlõikepindala ja ρ vee tihedus. Lume massi m_2 saame leida ruumalamuudust: $m_2 = (h_2 - h_1)S\rho$. Eeldades, et välise keskkonnaga soojusvahetus puudub, kuna kalorimeeter on isoleeritud, saame kirjutada soojushulkade kohta võrrandi:

$$m_1 c(T_1 - T_2) = \lambda m_2 + m_2 c(T_2 - 0).$$

Asendades võrrandisse m_1 ja m_2 ning lihtsustades saame otsitud suuruse:

$$\frac{\lambda}{c} = \frac{h_1(T_1 - T_2)}{h_2 - h_1} - T_2 = \frac{h_1 T_1 - h_2 T_2}{h_2 - h_1}.$$

Vastuseks on $\frac{\lambda}{c} \approx 63\ {}^\circ\mathrm{C}$.