Eesti koolinoorte 1. loodusteaduste olümpiaad

Füüsikaülesannete lahendused

2. aprill 2005. a.

1. ülesanne (Laev)

Kui traadijupid on laeva tekil, on traadijuppide poolt väljatõrjutud vee ruumala

$$V_1 = \frac{m_{\mathrm{Cu}}}{\rho_{\mathrm{H_2O}}},$$

aga kui traadijupid on kausi põhjas, siis nende poolt väljatõrjutud vee ruumala on

$$V_2 = \frac{m_{\mathrm{Cu}}}{\rho_{\mathrm{Cu}}}.$$

Võrdleme ruumalasid V_1 ja V_2:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\rho_{\mathrm{Cu}}}{\rho_{\mathrm{H_2O}}} = \frac{8{,}92\ \mathrm{g/cm^3}}{1{,}00\ \mathrm{g/cm^3}} = 8{,}92 \quad \Rightarrow \quad V_1 = 8{,}92 V_2.$$

Sellest järeldub, et veetase kausis langeb.

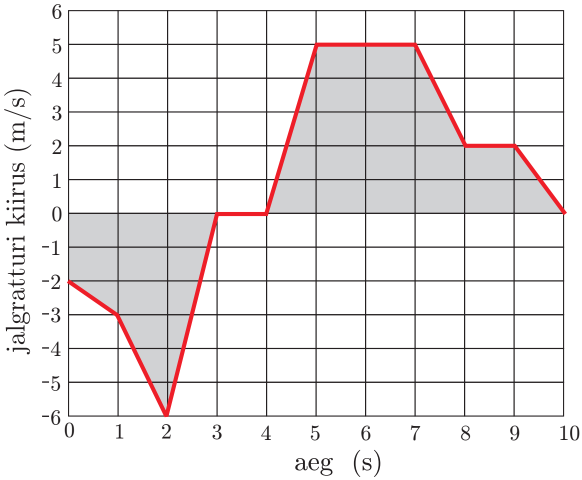
2. ülesanne (Jalgratas)

Jalgratas liigub kiirenevalt ajavahemikel $0 \ldots 2$ s ja $4 \ldots 5$ s (vt. joon. **??**). Kuna teepikkus $s = vt$, siis jalgratturi poolt läbitud teepikkus meetrites on arvuliselt võrdne graafikul värvitud ruutude arvuga: $s = 29$ m.

3. ülesanne (Traat)

Arvestades, et traadi venitamisel traadi ruumala ei muutunud, avaldame traadi venitatud osa ristlõikepindala S:

$$Sl + S_0 \Delta l = S_0 l \quad \Rightarrow \quad S = S_0 \frac{l - \Delta l}{l} = 0{,}7 S_0.$$



Joonis 1: Ülesanne 2

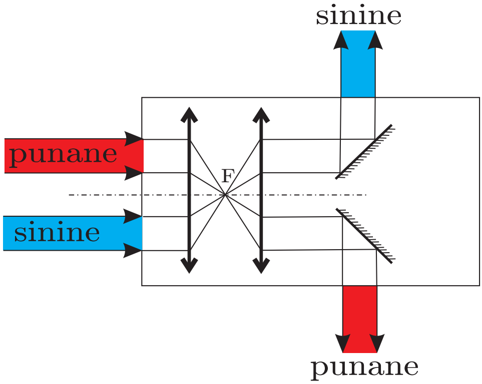
Tähistame traadi veninud osa elektritakistuse tähisega R_1 ja traadi ülejäänud osa takistuse tähisega R_2. Lähtudes vooluringi kogutakistuse valemist jadalülituse korral $R_k = R_1 + R_2$ ja juhi takistuse valemist $R = \rho l/S$, leiame traadi kogutakistuse pärast venimist:

$$R_k = \rho\left(\frac{l}{S} + \frac{\Delta l}{S_0}\right) = \rho\left(\frac{l}{0{,}7S_0} + \frac{\Delta l}{S_0}\right) \approx 17{,}3\,\rho.$$

Kui traadi algtakistus on $R = \rho l/S_0 = 10\,\rho$, siis saame, et $R_k = 1{,}73\,R$. Järelikult venitatud traadi kogutakistus suurenes 1,73 korda.

4. ülesanne (`Must kast`)

Üks võimalik lahendus on selline, nagu joonisel **??** näidatud. Läätsed asuvad risti langevatele valgusvihkudele nii, et nende optilised peateljed ühtivad ning ühe läätse parempoolne fookus langeb kokku teise läätse vasakpoolse fookusega. Kuna esimesele läätsele langevad valgusvihud on paralleelsed läätse optilise peateljega, siis nad koonduvad läätse fookusesse. Teise läätse jaoks tähendab see seda, et valgusallikas asub tema fookuses, järelikult peale teise läätse läbimist on valguskiired paralleelsed teise läätse optilise peateljega, kuid seekord on sinine valguvihk üleval, aga punane — allpool. Selleks, et suunata valgusvihud mustast kastist välja risti kasti külgseintega, tuleb valgusvihude ette asetada tasapeeglid 45° nurga all valguvigude suhtes.



Joonis 2: Ülesanne 4

5. ülesanne (Eskalaator)

Tähistame Miku ja Manni kohtumispaiga kauguse eskalaatori algusest tähisega x. Alates hetkest, mil Mann hakkab eskalaatori keskelt algusesse kõndima, läbib Mikk kohtumispaigani jõudmiseks teepikkuse

$$s_1 = \frac{l}{2} + l - x,$$

milleks kulub aeg

$$t_1 = \frac{l}{2u} + \frac{l}{v-u} - \frac{x}{v-u}.$$

Mann läbib kohtumispaigani jõudmiseks teepikkuse $s_2 = l/2 + x$, milleks kulub aeg

$$t_2 = \frac{l}{2(v-u)} + \frac{x}{u}.$$

Kuna $t_1 = t_2$, siis saame:

$$\frac{l}{2u} + \frac{l}{v-u} - \frac{x}{v-u} = \frac{l}{2(v-u)} + \frac{x}{u} \quad \Rightarrow \quad \frac{l}{2}\left(\frac{1}{u} + \frac{1}{v-u}\right) = x\left(\frac{1}{u} + \frac{1}{v-u}\right),$$

millest $x = l/2 = 18\ \mathrm{m}/2 = 9\ \mathrm{m}$. Järelikult kohtuvad Mikk ja Mann uuesti eskalaatori keskel ehk kaugusel $x = 9$ m eskalaatori algusest.

Alternatiivne lahendus:

Eskalaatori keskelt lõpuni kulub Mikul aeg

$$t_1 = \frac{l}{2u} \,,$$

Mannil eskalaatori alguseni aga aeg

$$t_2 = \frac{l}{2\,(v-u)} \,.$$

Lõpust keskele tagasi kulub Mikul aeg

$$t_1' = \frac{l}{2\,(v-u)} \,.$$

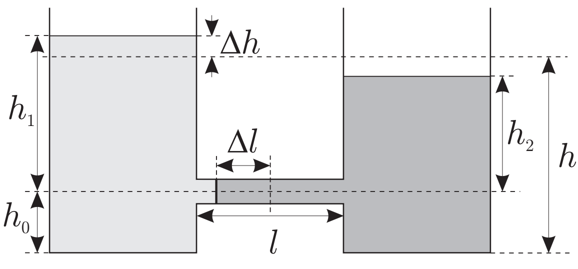
ja Mannil aeg

$$t_2' = \frac{l}{2u} \,,$$

Paneme tähele, et $t_1 + t_1' = t_2 + t_2'$, seega kohtuvad nad uuesti eskalaatori keskel.

6. ülesanne (`Anumad`)

Kui vahesein on vabastatud, peavad vedelikusammaste rõhud anumates olema ühendustoru telje kõrgusel h_0 ühesugused.



Joonis 3: Ülesanne 6

Tähistades vedelikusamba kõrguse vasakpoolses anumas (ühendustoru teljest alates) h_1 ja vedelikusamba kõrguse parempoolses anumas h_2, saame võrrandi: $\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$. Kahe vedeliku koguruumala ei muutu, mistõttu vedelikusammaste kõrguste summa anumates jääb samaks: $h_0 + h_1 + h_0 + h_2 = 2h$. Avaldades neist kahest võrrandist suuruse h_2 ja võrdsustades pooled:

$$\frac{\rho_1 h_1}{\rho_2} = 2\,(h - h_0) - h_1 \quad \Rightarrow \quad h_1 = 2\rho_2\,\frac{h - h_0}{\rho_1 + \rho_2} = 22 \text{ cm}.$$

Veesamba kõrgus vasakpoolses anumas muutub $\Delta h = h_1 - (h - h_0) = 2$ cm võrra, mille tõttu vedeliku ruumala selles anumas suureneb $\Delta V = \Delta h S_0$ võrra. Selle ruumala võrra väheneb esimese vedeliku ruumala ühendustorus, seega vahesein nihkub vasakule:

$$\Delta l = \frac{\Delta h S_0}{S_1} = 15 \text{ cm võrra.}$$

7. ülesanne (`Veekeetja`)

Uurime jadamisi lülitust. Esimese ja teise küttekeha takistused tähistame vastavalt R_1 ja R_2 ning antud veekoguse keema ajamiseks kuluvad ajad t_1 ja t_2. Jadalülituse korral küttekehade kogutakistus $R_j = R_1 + R_2$. Keedukannus eralduv soojushulk:

$$Q = \frac{U^2}{R_j}\,t = \frac{U^2}{R_1 + R_2}\,t\,, \quad \text{kus} \quad R_1 = \frac{U^2 t_1}{Q} \quad \text{ja} \quad R_2 = \frac{U^2 t_2}{Q}\,,$$

millest saame, et $t = t_1 + t_2 = 90$ s.

Rööbiti ühendatud küttekehade korral küttekehade kogutakistus

$$\frac{1}{R_r} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

ning keedukannus eralduv soojushulk:

$$Q = U^2\,\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}\,t$$

millest saame:

$$t = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} = 20 \text{ s}.$$

8. ülesanne (Külmik)

Vee jahtumisel ja jäätumisel või ainult jahtumisel eraldunud soojushulk on võrdne külmiku "jahutusvõimsuse" ja aja korrutisega $Q = Nt$. Vee jahutamisel ja tahkumisel eraldunud soojushulgad on $Q = cm\Delta t$ ja $Q = \lambda m$. Esimesel juhul saame kirjutada seose:

$$Nt_1 = cm_1\Delta t_1 + \lambda m_1 = m_1(c\Delta t_1 + \lambda).$$

Teisel juhul saame seose $Nt_2 = cm_2\Delta t_2$. Tähistame temp. muudud jahtumisel: $\Delta t_1 = t_1 - t_0$ ja $\Delta t_2 = t_2 - t_0$, kus $\Delta t_2 = 2\Delta t_1$. Ülesande tekstist selgub, et $m_2 = 3m_1$. Jagades seosed saame:

$$\frac{Nt_2}{Nt_1} = \frac{cm_2\Delta t_2}{m_1\left(c\Delta t_1 + \lambda\right)} = \frac{c \cdot 3m_1 \cdot 2\Delta t_1}{m_1\left(c\Delta t_1 + \lambda\right)}\,.$$

Siit

$$t_2 = \frac{6t_1 c\Delta t_1}{c\Delta t_1 + \lambda} = \frac{6 \cdot 100 \text{ min} \cdot 4{,}2\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg·K}} \cdot 10 \text{ K}}{4{,}2\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg·K}} \cdot 10 \text{ K} + 330\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}} = 68 \text{ min}.$$

9. ülesanne (Konteiner)

Olgu konteineri materjali tihedus ρ_k ja vee tihedus ρ. Vahetult vette kukkumise järel mõjus konteinerile üleslükkejõud $F_{ü} = \rho V_1 g$ ja raskusjõud $F_g = mg = \rho_k V_k g$. Kuna konteiner ujus, siis $\rho V_1 g = \rho_k V_k g$. Olgu äsja vee alla vajunud konteineris õhupadja ruumala $V_{õ}$. Konteineri sisemuse ruumala oli $V_s = V - V_k$ ja konteineris oleva vee ruumala oli $V_v = V - V_k - V_{õ}$. Konteinerile mõjub raskusjõud $F_{g1} = \rho_k V_k g$ ja konteineris olevale veele mõjub raskujõud $F_{g2} = V_v \rho g = (V - V_k - V_{õ})\rho g$. Konteinerile ja selles olevale veele mõjub summaarne üleslükkejõud $F_{ü2} = V\rho g$. Kuna keha heljub, siis konteineri ja selles oleva vee raskusjõudude summa võrdub üleslükkejõuga.

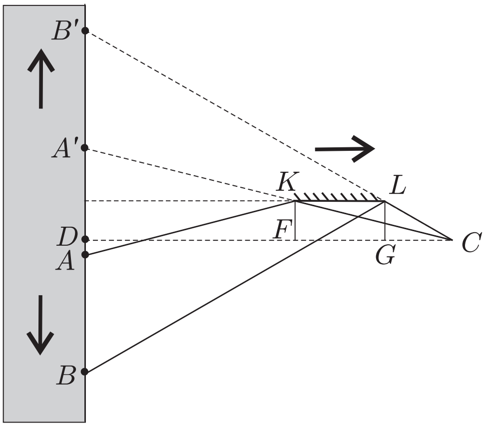
$$F_{g1} + F_{g2} = F_{ü2} \quad \Rightarrow \quad \rho_k V_k g + \left(V - V_k - V_{õ}\right)\rho g = V\rho g$$

Asendame sellesse valemisse konteineri raskusjõu:

$$\rho V_1 g + (V - V_k - V_{\tilde{o}})\, \rho g = V \rho g$$

Avame sulud, taandame ja koondame:

$$\rho V_1 g + V \rho g - V_k \rho g - V_{\tilde{o}} \rho g = V \rho g \quad \Rightarrow \quad V_1 + V - V_k - V_{\tilde{o}} = V \quad \Rightarrow \quad V_{\tilde{o}} = V_1 - V_k$$



Joonis 4: Ülesanne 10

10. ülesanne (Rong)

Vaatleme situatsiooni liikuva auto suhtes. Asugu autojuht punktis C. Peeglile vastab lõik KL. Jooniselt on tähistatud $CD = l$, $KL = FG = d$, $KF = LG = b$, $GC = a$, $FC = a + d$. Autojuht näeb igal ajahetkel peegli vasakpoolses servas K liikuva rongi punkti A kujutist A' ja peegli parempoolses servas L liikuva rongi punkti B kujutist B'. Kuna autojuht näeb peeglis rongi kujutise liikumist vasakult paremale, siis see vastab joonisel rongi punkti A kujutise A' liikumisele joonisel üles ehk autoga samas suunas. Iga rongi punkti kujutis läbib lõigu $A'B'$ aja t jooksul. Sarnastest kolmnurkadest LGC ja $B'DC$ leiame, et $B'D = lb/a = 28$ m, sarnastest kolmnurkadest KFC ja $A'DC$ leiame, et $A'D = lb/(b + a) = 20$ m, millest nüüd $s = A'B' = 8$ m. Seega leiame, et rongi peegelduse kiirus on auto suhtes $v_0 = s/t = 3{,}33$ m/s= 12 km/h. Et rongi peegeldus liigub joonisel üles ehk autoga samas suunas, siis rong liigub auto suhtes kiirusega v_0 vastupidises suunas. See tähendab, et rongi kogukiirus maapinna suhtes on $v_R = v_A - v_0 = 60$ km/h ning rong sõidab autoga samas suunas.