Eesti koolinoorte 31. füüsika lahtine võistlus

21. november 2020. a. Noorema rühma ülesannete lahendused

1. (*ROBOTKULLER*) Toidu valmistamiseks ja robotisse kuluva ajaga jõuab Elle kõndida $u \cdot t_1 = 500\,\mathrm{m}$, st järgi jääb veel $1000\,\mathrm{m}$. Ülejäänud aja liiguvad Elle ja robot üksteisele vastu suhtelise kiirusega $u + v = 10\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$, st $1000\,\mathrm{m}$ läbimiseks kulub $6\,\mathrm{min}$. Selle ajaga jõuab robot sõita $400\,\mathrm{m}$. (*6 p.*) *Autor: Taavi Pungas.*

2. (*KUUBIKE*) Olgu koormise mass m. Koormise lisamisega kasvab raskusjõud mg võrra. Vee poolt põhjustatud üleslükkejõud kasvab $\rho_{\mathrm{vesi}} g x a^2$ võrra ning õli poolt põhjustatud üleslükkejõud kahaneb $\rho_{\mathrm{õli}} g x a^2$ võrra. Kuna nii koormiseta kui koormisega kehtis jõudude tasakaal, siis järelikult peab raskusjõud kasvama sama palju kui üleslükkejõud. Saame võrrandi:

$$mg = \rho_{\mathrm{vesi}} g x a^2 - \rho_{\mathrm{õli}} g x a^2,$$

kust $m = x a^2 (\rho_{\mathrm{vesi}} - \rho_{\mathrm{õli}}) = 40\,\mathrm{g}$. (*8 p.*) *Autor: Kaur Aare Saar.*

3. (*JÄÄ*) Olgu vee esialgne temperatuur t. Jää sulamiseks vajaminev energia on $Q_s = \lambda m$. Vesi jahtub selle arvelt

$$\Delta t_1 = \frac{Q_s}{cm} = \frac{\lambda m}{cm} = \frac{\lambda}{c}$$

Jää sulamisel tekkinud vesi soojeneb sulamistemperatuurilt T lõpptemperatuurini t_2 ning vesi jahtub samale temperatuurile.

Vee lõpptemperatuuri t_2 saame leida seosest $Q_v = Q_j$

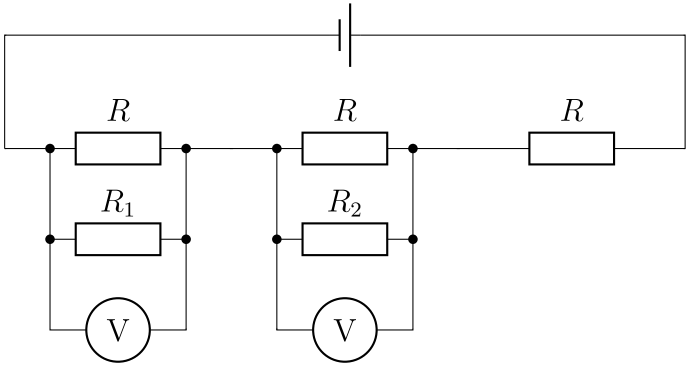
$$cm(t - \Delta t_1 - t_2) = cm(t_2 - T)$$

Avaldame vee lõpptemperatuur t_2

$$t_2 = \frac{t - \Delta t_1}{2} = \frac{t - \frac{\lambda}{c}}{2}$$

(*8 p.*) *Autor: Erkki Tempel.*

4. (*VOLTMEETRID*) Kuna takistite ja voltmeetrite takistused on samas suurusjärgus, tuleb vooluringi kogutakistuse arvutamisel arvestada ka voltmeetrite takistusi. Teeme skeemi, kus mitteideaalsed voltmeetrid on asendatud ideaalse voltmeetri ja sellega paralleelselt ühendatud takistiga.



Arvutame takisti ja sellega rööbiti ühendatud voltmeetri kogutakistuse R_A ja R_B vastavalt kummagi voltmeetri jaoks.

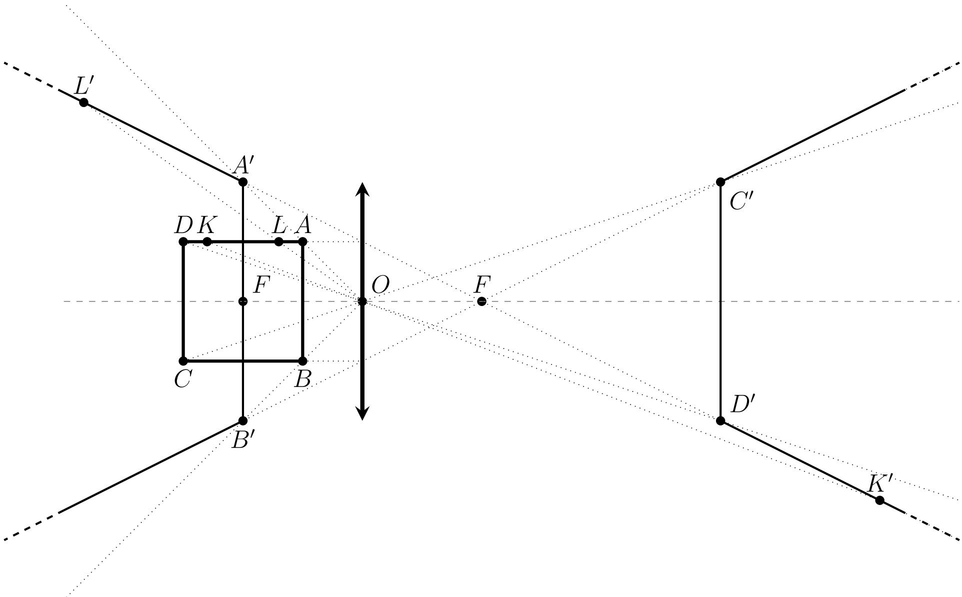
$$R_A = \frac{RR_1}{R + R_1} = 2222\,\Omega \quad \text{ja} \quad R_B = \frac{RR_2}{R + R_2} = 2727\,\Omega$$

Vooluringi kogutakistus on $R_\Sigma = R + R_A + R_B = 9950\,\Omega$ ja voolutugevus vooluringis on $I = \frac{U}{R_\Sigma} = 0{,}015\,\mathrm{A}$. Seega pinged vastavalt esimese ja teise voltmeetri klemmidel on

$$U_A = IR_A = 41\,\mathrm{V} \quad \text{ja} \quad U_A = IR_B = 33\,\mathrm{V}.$$

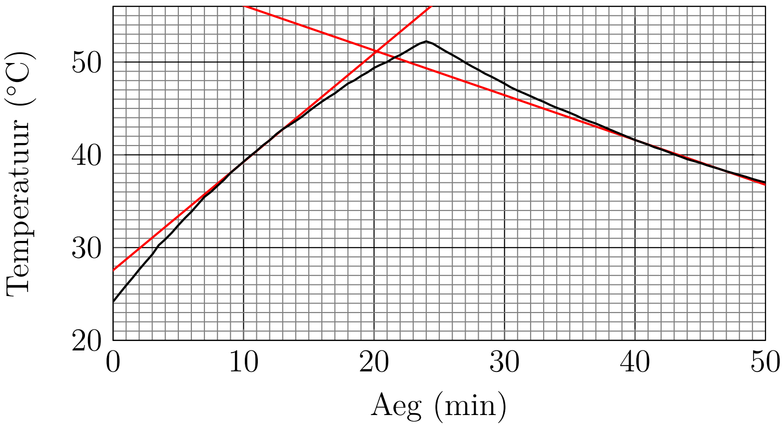
Vastus. Esimene voltmeeter mõõdab pinget 41 V ja teine voltmeeter pinget 33 V. (*8 p.*) *Autor: Koit Timpmann.*

5. (*RUUT FOOKUSES*)



Leiame punktide A, B, C ja D kujutised A', B', C' ja D' läätses eraldi. Ühendame vertikaalsed küljed $A'B'$ ja $C'D'$. Märkame, et punktid A' ja B' on teisel pool läätse kui punktid C' ja D'. Seega ei ole lõigu AD kujutis lõik $A'D$. Valime küljel AD abipunktid K ja L, mis asuks vastavalt vasakul ja paremal pool fookusest. Seega on külje AD fookusest paremal oleva osa kujutis sirgel $A'L'$ ja fookusest vasakul oleva osa kujutis sirgel $D'K'$. Kuna mistahes L ja K puhul on need fookusele lähemal kui A ja D, siis on ka lõigust AD iga punkti kujutis läätsest kaugemal, kui A' ja D'. Analoogselt leiame ka BC kujutise. (*8 p.*) *Autor: Hannes Kuslap.*

6. (*KÜÜNAL*) Energia jäävus igal ajahetkel annab, et kogu küülalt tulev energia läheb vee siseenergia muutuseks või läheb soojuskadudeks, kusjuures soojuskaod sõltuvad temperatuurist. Vaatleme mingil kindlal temperatuuril, nt 40 °C, kui kiiresti muutub vee siseenergia soojendades ja kui kiiresti see muutub jahtudes. Kuna soojuskaod on sellel temperatuuril nii soojendades kui jahtudes võrdsed, siis järelikult siseenergia muutumiste kiiruste vahe soojendades ja jahtudes peab olema võrdne küünla võimsusega. Joonestame graafikule puutujad temperatuuril 40 °C ja leiame nende puutujate tõusud, sest puutuja tõus näitab temperatuuri muutumise kiirust, mille saab siduda siseenergia muutumise kiirusega.



Graafikult näeme, et temperatuuril 40 °C on soojendades vee temperatuuri muutumise kiirus $\frac{\Delta T_\uparrow}{\Delta t} = 1{,}17\,\frac{°\mathrm{C}}{\mathrm{min}}$ ja jahtumisel $\frac{\Delta T_\downarrow}{\Delta t} = -0{,}48\,\frac{°\mathrm{C}}{\mathrm{min}}$. Vee siseenergia muutumise kiirus on soojendades seega

$$\frac{\Delta E_\uparrow}{\Delta t} = \frac{cm\Delta T_\uparrow}{\Delta t} = 687\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{min}} = 11{,}4\,\mathrm{W}$$

ja analoogselt jahtudes $\frac{\Delta E_\downarrow}{\Delta t} = -4{,}7\,\mathrm{W}$. Kuna eelneva põhjal

$$P_{\text{küünal}} = \frac{\Delta E_\uparrow}{\Delta t} + P_{\text{kaod}} \quad \text{ja} \quad 0 = \frac{\Delta E_\downarrow}{\Delta t} + P_{\text{kaod}},$$

siis $P_{\text{küünal}} = \frac{\Delta E_\uparrow}{\Delta t} - \frac{\Delta E_\downarrow}{\Delta t} = 11{,}4\,\mathrm{W} + 4{,}7\,\mathrm{W} = 16\,\mathrm{W}$

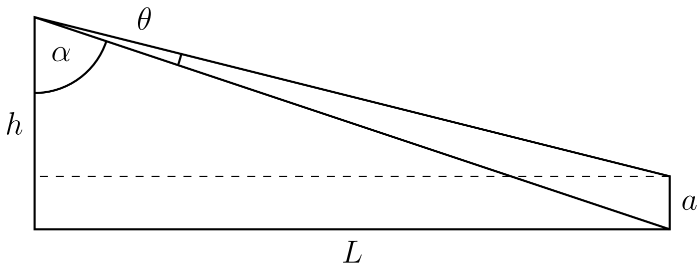
Märkus. Vastus võib mõningal määral erineda olenevalt graafiku lugemise täpsusest ja valitud temperatuurist, kuhu puutujad on tõmmatud. (*10 p.*)
Autor: Kaido Reivelt.

7. (*PUMPELEKTRIJAAM*) Energia ülejääk päeval on võrdne graafikul oleva pindalaga, mis jääb sel perioodil, kui tootmine ületab tarbimist, kahe joone vahele. Kasutades ruutude lugemise meetodit, saame et energia ülejääk on $E = 21\,500\,\mathrm{MW\,h} = 7{,}74 \cdot 10^{13}\,\mathrm{J}$. See peab olema võrdne üles pumbatava vee potentsiaalse energiaga (arvestades seejuures ka pumpamise efektiivsust):

$$\eta E = mgH \Rightarrow m = \frac{\eta E}{gH} = \frac{0.95 \cdot 7{,}74 \cdot 10^{13}\,\mathrm{J}}{9{,}8\,\mathrm{m/s^2} \cdot 430\,\mathrm{m}} = 1{,}75 \cdot 10^{10}\,\mathrm{kg}$$

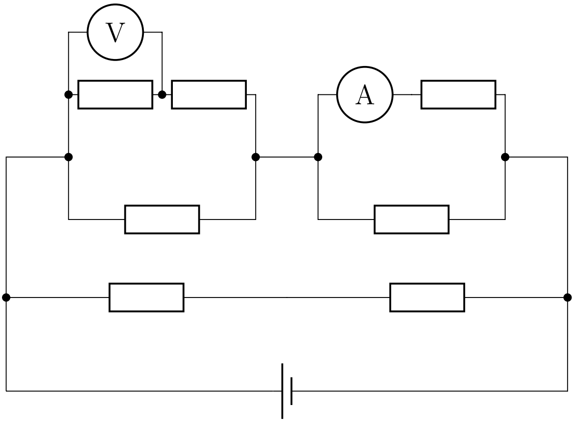
Järelikult pumbatakse päevas üles 17,5 miljonit tonni vett. (*10 p.*) *Autor: Hans Daniel Kaimre.*

8. (*SAURONI SILM*) Teeme joonise:



Teame, et silm suudab veel eristada, kui kehtib Rayleigh kriteerium $\sin\theta = \frac{\lambda}{d}$. Seega $d = \frac{\lambda}{\sin\theta}$. Leiame nüüd θ. Kõigepealt $\tan\alpha = \frac{L}{h}$, kust $\alpha = 88{,}210\,09°$. Teisest täisnurksest kolmnurgast saame $\tan(\alpha+\theta) = \frac{L}{h-a}$, kust $\alpha+\theta = 88{,}208\,78°$. Järelikult $\theta = 88{,}210\,09° - 88{,}208\,78° = 0{,}001\,31°$ ja minimaalne silma ava läbimõõt on $d = \frac{\lambda}{\sin\theta} = 24\,\mathrm{mm}$ (*10 p.*) *Autor: Andre Sääsk.*

9. (*VOOLUAHEL*)



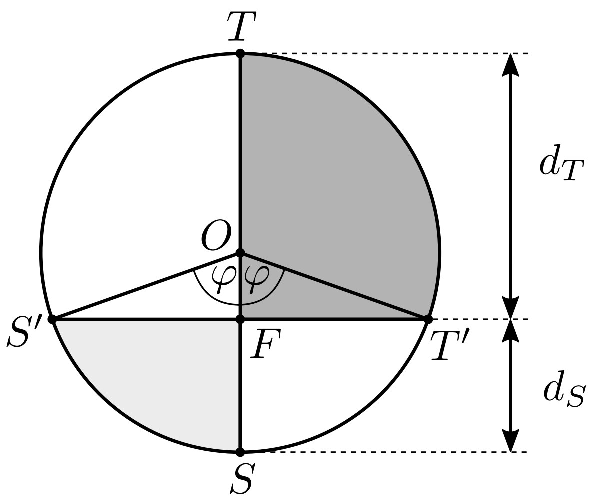
On ilmne, et voolutugevus läbi vooluahela ülemise haru on $I_1 = 2I$. Voltmeetriga ühendatud takistit läbiv voolutugevus on $I_V = \frac{2}{3}I$ ning järelikult $R = \frac{U}{I_V} = \frac{3U}{2I} = 3\,\Omega$.

Pingelang vooluahela ülemisel harul on võrdne vooluallika pingega. Vooluahela ülemise haru takistus on $R_1 = \frac{R}{2} + \frac{1}{\frac{1}{2R}+\frac{1}{R}} = \frac{7}{6}R$. Pingelang ülemisel harul on järelikult $U_0 = I_1 R_1 = \frac{7}{2}U = 21\,\mathrm{V}$. (*10 p.*)
Autor: Eero Vaher.

10. (*SUVI*) Olgu d_S ja d_T Maa kaugused Päikesest vastavalt suvisel ja talvisel pööripäeval. Vaatleme nüüd sfääre raadiustega d_S ja d_T, mille keskpunktides on päike. Kuna sfääri pindala on proportsionaalne selle raadiuse ruuduga ning summaarne kiirgusenergia, mis jõuab kaugusele d_T on sama, mis jõuab kaugusele d_S, siis järelikult on Päikese heledus pöördvõrdeline kauguse ruuduga. Seega saame, et

$$\left(\frac{d_T}{d_S}\right)^2 = k^2 = 1{,}3,$$

kus $k = \sqrt{1{,}3}$ on konstant valemite mugavamaks kirjapanekuks. Niisiis, $d_T = kd_S$.



Olgu orbiiti kirjeldava ringi keskpunkt O ja raadius R. Vaatleme seda ringi diameetrit, kus asub Päike (punkt F). Selle diameetri otspunktides on orbiidi punktid, kus algavad suvi ja talv, vastavalt S ja T, sest ülesande eeldusest teame, et Maa on Päikesele kõige lähemal suvisel pööripäeval. Tähistame suve ja talve lõpu punkti orbiidil vastavalt S' ja T'. Suvi lõpeb, kui Maa telg on risti Päikest ja Maad ühendava lõiguga ning kuna telje suund aasta jooksul ei muutu, siis $\angle SFS' = 90°$. Kepleri 2. seaduse järgi teame, et suve ja talve pikkus moodustavad tervest aastast sama suure osa, kui kujundite FSS' ja FTT' (joonisel vastavalt helehall ja tumehall) pindalad terve ringi pindalast. Ülejäänud ülesanne taandub geomeetria peale. FSS' ja FTT' pindalad on leitavad vastavate ringi sektorite ning kolmnurkade pindalade kaudu:

$$T_S = T_\oplus \frac{S_{FSS'}}{\pi R^2} = T_\oplus \frac{\frac{\varphi}{360^\circ}\pi R^2 - \frac{1}{2}|OF||OS'|\sin\varphi}{\pi R^2}.$$
$$= T_\oplus \left(\frac{\varphi}{360^\circ} - \frac{\cos\varphi \sin\varphi}{2\pi} \right),$$

kus me asendasime $|OS'| = R$ ning $|OF| = |OS'|\cos\angle FOS' = R\cos\varphi$. Sarnaselt,

$$T_T = T_\oplus \left(\frac{180^\circ - \varphi}{360^\circ} + \frac{\cos\varphi \sin\varphi}{2\pi} \right).$$

φ saame avaldada kui $\cos\varphi = |OF|/R = (R - d_S)/R$. Samas, $2R = d_T + d_S$, ehk $d_S = 2R/(1+k)$ ning

$$\cos\varphi = 1 - \frac{2}{1+k} = \frac{k-1}{k+1},$$

ehk

$$\varphi = \arccos\frac{k-1}{k+1} = \arccos\frac{\sqrt{1{,}3}-1}{\sqrt{1{,}3}+1} = 86{,}24^\circ.$$

Niisiis, otsitav aegade vahe on

$$\Delta T = T_T - T_S = T_\oplus \left(\frac{1}{2} - \frac{\varphi}{180^\circ} + \frac{\sin\varphi\cos\varphi}{\pi} \right) = 15{,}2\,\text{päeva}.$$

(*12 p.*) *Autor: Erik Tamre.*