Eesti koolinoorte 27. füüsika lahtine võistlus

26. november 2016. a. Noorema rühma ülesannete lahendused

1. (*UJUMINE JÕES*) (*6 p.*) *Autor: EFO žürii.* Leiame teepikkuse, mille läbis Mann. Kuna Juku ja Mann olid alguses vastaskallastel üksteisest 60 m kaugusel ning Juku ujus sirgjoones 90 m, saame täisnurksest kolmnurgast Manni teepikkuseks

$$s_M = \sqrt{s^2 - l^2} = 80\,\mathrm{m}$$

Kuna Mann kõndis kiirusega $v_M = 1{,}5\,\mathrm{m/s}$, siis kohtus ta Jukuga

$$t = \frac{s_M}{v_M} = 53{,}3\,\mathrm{s} \quad \text{pärast.}$$

Kuna Mann liikus jõevooluga sama kiiresti, siis peab Juku ujuma jõega risti, et kohtuda Manniga vastaskaldal. Juku ujumiskiirus vee suhtes (seisvas vees) on seega

$$v_J = \frac{l}{t} = 1{,}1\,\mathrm{m/s}.$$

2. (*SADEMED*) (*8 p.*) *Autor: Mihkel Kree.* Arvutame esmalt, milline oleks keskmine sademete hulk, kui kogu maakera oleks kaetud ookeanidega. Arvestame, et aasta kestus $t = 3600 \cdot 24 \cdot 365 \approx 31{,}5 \cdot 10^6\,\mathrm{s}$ ning aasta jooksul langeb ookeani pinnatükile pindalaga S energiakogus PSt, millest aurustumisele kulub $E = \gamma PSt$. Selle energia arvelt aurustub vee kogus massiga $m = E/L = \gamma PSt/L$, millele vastab vee ruumala $V = m/\rho$. Arvestame, et atmosfääris kehtib tasakaal: nii palju, kui aurustub aasta jooksul vett, sajab seda ka sademetena maha. Seega langeb meie vaadeldavale pinnatükile S aasta jooksul keskeltläbi ka sama ruumala V sademeid, millest avaldame aastase sademete hulga veesamba kõrgusena $h_0 = V/S = \frac{\gamma Pt}{\rho L}$.

Arvestame nüüd ka asjaoluga, et ookeanid katavad α osa maakerast. See tähendab, et ookeanide kohal aurustuv vee hulk ja seega ka maakera sademete hulk on vastava kordaja võrra väiksem, millest saame lõppvastuseks

$$h = \alpha h_0 = \frac{\alpha\gamma P t}{\rho L} \approx 1000\,\mathrm{mm}.$$

3. (*SUJUV SÕIT*) (*8 p.*) *Autor: Oleg Košik.* Kui Mann pidurdab kiiruselt 90 km/h kiiruseni 70 km/h, kulub tal selleks aega

$$t_k = \frac{v_1 - v_2}{a} = \frac{90\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} - 70\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}}{1{,}5\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h\,s}}} \approx 13{,}33\,\mathrm{s}.$$

Selle ajaga on läbitud teepikkus (kiiruse teisendame vahepeal ühikutesse m/s)

$$s = \frac{v_1 + v_2}{2} \cdot t_k = \frac{25\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 19{,}44\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{2} \cdot 13{,}33\,\mathrm{s} \approx 296{,}2\,\mathrm{m}.$$

Jukul kulub selle teekonna läbimiseks aeg

$$t_h = \frac{s}{v_1} = \frac{296{,}2\,\mathrm{m}}{25\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} \approx 11{,}85\,\mathrm{s}.$$

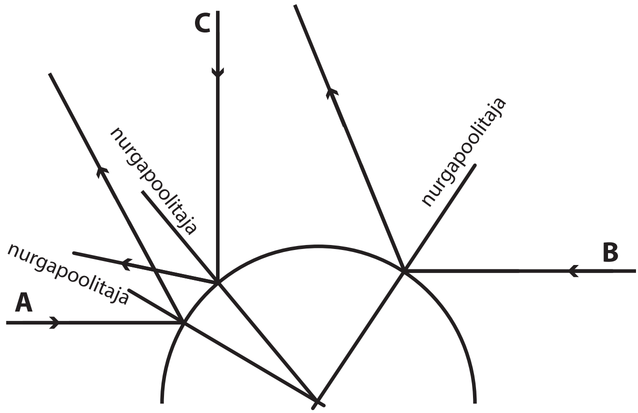
Ajaliselt võidab ta $\Delta t = t_k - t_h \approx 1{,}48\,\mathrm{s}$.

Pidurdamiseks kiiruselt 90 km/h kiiruseni 50 km/h läbitakse teepikkus 518,5 m, milleks kulub Mannil rohkem aega 5,93 s.

Juku summaarne ajavõit on seega $7 \cdot 1{,}48\,\mathrm{s} + 5 \cdot 5{,}93\,\mathrm{s} \approx 40\,\mathrm{s}$.
Summaarne pidurdusteekond on $7 \cdot 296{,}2\,\mathrm{m} + 5 \cdot 518{,}5\,\mathrm{m} \approx 4{,}7\,\mathrm{km}$.
Jukul kulub selle teekonna läbimiseks kütust $4{,}7\,\mathrm{km} \cdot 6/100\,\frac{\mathrm{l}}{\mathrm{km}} \approx 0{,}28\,\mathrm{l}$.

Vastus: Juku sõidab 40 s kiiremini, kuid kulutab 0,28 liitrit rohkem kütust.

4. (*KUMERPEEGEL*) (*8 p.*) *Autor: EFO žürii.*



5. (*KÜTTEPUIT*) (*8 p.*) *Autor: EFO žürii.* Niiskust sisaldavate küttepuude (kogumassiga m) põlemisel eraldub puidu põlemisest soojushulk $Q_p = km(1-\eta)$, vee soojendamiseks kuni 100 kraadini kulub soojushulk $Q_s = cm\eta\Delta T$ ning vee aurustamiseks kulub soojushulk $Q_a = Lm\eta$. Niiskust sisaldava puidu kütteväärtus on nende soojushulkade vahe jagatis küttepuidu massiga m:

$$k = \frac{Q_p - Q_s - Q_a}{m}.$$

Toorete küttepuude kütteväärtus on

$$k_{\text{toores}} = \frac{m(1-\eta_1)k - m\eta_1 c\Delta T - m\eta_1 L}{m} = 8{,}1\,\text{MJ/kg}.$$

Kuivatatud küttepuude kütteväärtus on

$$k_{\text{kuiv}} = \frac{m(1-\eta_2)k - m\eta_2 c\Delta T - m\eta_2 L}{m} = 15{,}7\,\text{MJ/kg}.$$

Leides, mitu korda on kuiva küttepuidu kütteväärtus suurem kui toorel puidul, saame

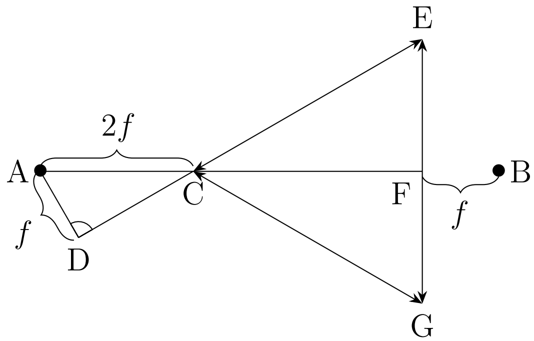
$$\frac{k_{\text{kuiv}}}{k_{\text{toores}}} = 1{,}9 \text{ korda}.$$

6. (*KAUSS VEES*) (*8 p.*) *Autor: EFO žürii.* Pärast väiksemasse anumasse vee lisamist, peab olema väiksemale anumale mõjuv üleslükkejõud $F_y = \rho g V = \rho g b^3$ võrdne väiksemale anumale ja temas olevale veele mõjuva raskusjõuga $F_r = mg + m_{vesi} g = mg + \rho V_{vesi} g$. Seega saame

$$\rho g b^3 = mg + \rho V_{vesi} g \quad \Rightarrow \quad V_{vesi} = \frac{\rho b^3 - m}{\rho}$$

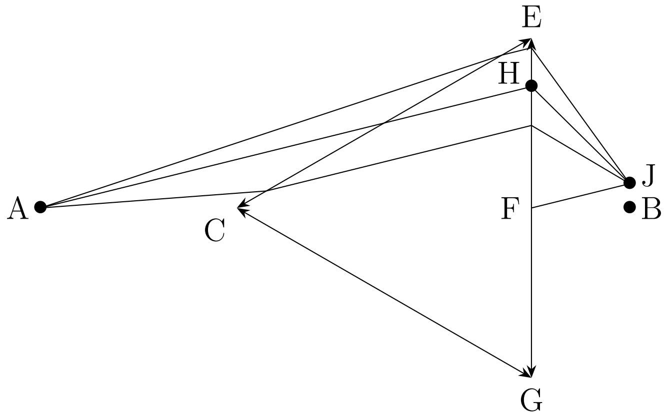
Kuna me lisame väiksemasse anumasse vett, siis vastavalt Archimedese seadusele tõrjub väiksem anum suuremast anumast sama koguse vett välja, seega suuremas anumas veetase ei muutu, anum on kogu aeg ääreni vett täis.

7. (*KOLMLÄÄTS*) (*10 p.*) *Autor: Andres Põldaru.* Kõigil kolmel läätsel on sama fookuskaugus, sest neil on üks ühine fookuspunkt, milleks on kolmnurga keskpunkt. Kolmnurgad $\triangle ACD$ ja $\triangle CEF$ on sarnased, sest nad on täisnurksed kolmnurgad, mille ühise tipu C juures olevad nurgad on samad. Seega $\frac{|AD|}{|AC|} = \frac{|EF|}{|EC|}$, millest $|AD| = \frac{|AC|}{2} = f$.



Saame järeldada, et punkt A asub mõlema läätse CE ja CG fokaaltasandites. Kui läätsele langevad paralleelsed kiired, siis need koonduvad fokaaltasandis ühte punkti ja seega teistpidi mõeldes peavad fokaaltasandi ühest punktist pärinevad kiired olema paralleelsed peale läätse läbimist. Nende paralleelsete kiirte nurka on võimalik määrata nii, et tõmbame punktist A ühe kiire läbi läätse CE või CG keskpunkti. Läätse keskpunkti läbiv kiir ei murdu ja liigub samas suunas edasi. Alumisel joonisel läbib kiir AH läätse keskpunkti ja teised kiired on konstrueeritud selliselt, et peale läätse läbimist on nad sellega pralleelsed.

Peale esimese läätse läbimist, läätsele EG langevad paralleelsed kiired koonduvad fokaaltasandi ühte punkti J. Selle punkti leidmiseks joonistame läätse EG keskpunkti F läbiva kiire, mis on kiirega AH paralleelne, ja leiame selle kiire lõikumispunkti J fokaaltasandiga. Jooniselt on näha, et ükski kiir punkti B ei jõua, sest nad kõik kõik koonduvad punkti J ja vertikaalseid kiiri ei ole. Läätse CG jaoks on konstruktsioon sama, ainult peegelpildis AB suhtes ja seega ka sealt ei jõua valgus punkti B.



Alternatiivne lahendus
Analoogselt võime vaadata hoopis seda, kui punktis B on valgusallikas. Kui punktist A pärinevad kiired jõuavad punkti B, siis peavad ka punktist B pärinevad kiired jõudma punkti A. Punkt B on läätse EG fokaaltasandis ja tekitab paralleelse kiirtekimbu. Edasi sarnaselt eelmise lahendusega see kiirtekimp koondub peale teise läätse läbimist selle läätse fokaaltasandi ühte punkti, mis ei ole A. Fokaaltasand on läätsega paralleelne ja kui kiired koonduvad selles tasandis mingisse punktist A erinevasse punkti, siis järelikult punkti A valgus ei jõua.

8. (*MÄNGUKAHUR*) (*10 p.*) *Autor: EFO žürii.* Kuna pall maandub kaldpinnale risti, siis liigub pall sellel hetkel nurga α all vertikaali suhtes. Seega tulistatakse pall kahurist välja ka nurga α all vertikaali suhtes ning pall põrkab kaldpinnalt tagasi ka sama nurga all. Palli horisontaalne kiiruse komponent on $v\sin(\alpha)$ ja vertikaalne komponent on $v\cos(\alpha)$. Trajektoori kõige ülemises punktis on vertikaalne kiiruse komponent null ja on kulunud pool kogu liikumise ajast t. Aja $t/2$ jooksul muutub kiirus raskuskiirenduse tõttu $gt/2$ võrra, seega $gt/2 = v\cos(\alpha)$, millest $t = 2v\cos(\alpha)/g$. Horisontaalne kiirus ei muutu liikumise jooksul. Horisontaalselt läbitud vahemaa on

$$s = vt\sin(\alpha) = \frac{2v^2\cos(\alpha)\sin(\alpha)}{g} = \frac{v^2\sin(2\alpha)}{g}.$$

Seega kahurist tulistades oli palli algkiirus v_1, kus

$$v_1^2 = \frac{Lg}{\sin(2\alpha)},$$

ning tagasipõrkel v_2, kus

$$v_2^2 = \frac{lg}{\sin(2\alpha)}.$$

Tulistamise ja tagasipõrkamise hetkel oli pallil ainult kineetiline energia:

$$E_1 = \frac{mv_1^2}{2} = \frac{mLg}{2\sin(2\alpha)}, \qquad E_2 = \frac{mv_2^2}{2} = \frac{mlg}{2\sin(2\alpha)}.$$

Seega põrkel kaduma läinud energia osakaal on

$$\frac{E_1 - E_2}{E_1} = \frac{L-l}{L}.$$

9. (*AMPERMEETER*) (*12 p.*) *Autor: Jaan Kalda.* Ideaalse ampermeetri sisetakistus on null, seega võime lihtsustada skeemi lühistades ampermeetri poolt ühendatavad klemmid; tähistame selle uue ühendklemmi tähega C ja patarei klemmid tähtedega A ning B. Tulemuseks saame skeemi, kus A ja C vahel on 1 oomise takisti rööpühendus jadaga, kus 3-oomise järel tuleb kahe 2-oomise takisti rööpühendus. C ja B vahel on täpselt samasugune skeemiosa ning seega sümmeetria tõttu on pinge A ja C vahel 4 V. Ampermeetri ülemise klemmi juurde viib 1-oomine takisti, kus on vool 4 A; peale selle viib sinna veel vool mööda vertikaalset 2-oomist takistit, kuid välja läheb ka täpselt samasugune vool mööda horisontaalset 2-oomilist takistit. Et sõlmpunktis peab sisenevate voolude summa võrduma väljaviivate voolude summaga, siis on ampermeetri vool 4 A.

10. (*NAELAD*) (*12 p.*) *Autor: Jaan Kalda.* Olgu moodustuva jää mass m; sellisel juhul jäätumisest tingitud ruumala muutus $V_j = \frac{m}{\rho_j} - \frac{m}{\rho_v} = \frac{h_2}{h_1} V_t$, kus $V_t = \frac{m_t}{\rho_t}$ on terase ruumala. Seega $\frac{m_t}{m} = \frac{h_1}{h_2}\rho_t\left(\frac{1}{\rho_j} - \frac{1}{\rho_v}\right)$. Teisest küljest, soojusbalansi tõttu $m\lambda = m_t c_t \Delta T$, millest $\frac{m_t}{m} = \frac{\lambda}{c_t \Delta T}$. Niisiis,

$$\Delta T = \frac{m}{m_t}\frac{\lambda}{c_t} = \frac{\lambda}{c_t}\frac{h_2}{h_1}\frac{\rho_v \rho_j}{(\rho_v - \rho_j)\rho_t} \approx 22\,\mathrm{K}.$$

Seega pidi terase temperatuur olema $-22\,^\circ\mathrm{C}$.